

# فصل سوم

## بخش ۱: مشتق

### قواعد مشتق‌گیری

- ۱- مشتق تابع  $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$  در  $x = 4$  کدام است؟
- (۱)  $-\frac{1}{16}$  (۲)  $-\frac{1}{4}$  (۳)  $-\frac{1}{8}$  (۴)  $\frac{1}{4}$
- ۲- مشتق تابع  $y = x\sqrt{x}$  به ازای  $x = 4$  کدام است؟
- (۱)  $\frac{3}{2}$  (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) ۱۲
- ۳- مشتق عبارت  $(\frac{16}{x} - \sqrt{x^2})^2$  به ازای  $x = -8$  کدام است؟
- (۱) -۱ (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳) ۱ (۴) ۲
- ۴- اگر  $f(x) = \sqrt{\frac{2x-1}{2x+1}}$ ، آن‌گاه  $f'(2)$  کدام است؟
- (۱)  $-\frac{1}{2}$  (۲)  $-\frac{1}{4}$  (۳)  $\frac{1}{4}$  (۴)  $\frac{1}{2}$
- ۵- اندازه‌ی مشتق  $(\frac{2x+4}{3x-5})^{-\frac{1}{3}}$  به ازای  $x = 2$  چه قدر است؟
- (۱)  $-\frac{7}{12}$  (۲)  $\frac{7}{24}$  (۳)  $\frac{11}{12}$  (۴)  $\frac{11}{24}$
- ۶- مشتق تابع  $y = \frac{\sqrt[3]{x^2+1}}{x+\sqrt{x}}$  به ازای  $x = 1$  کدام است؟
- (۱)  $-\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{1}{9}$  (۴)  $-\frac{1}{9}$
- ۷- مشتق تابع  $y = \frac{x\sqrt{x+5} + \sqrt{x}(x+5)}{\sqrt{x^2+5x}}$  در  $x = 4$  چه قدر است؟
- (۱) ۵ (۲)  $\frac{5}{6}$  (۳)  $\frac{13}{72}$  (۴)  $\frac{5}{12}$
- ۸- مشتق تابع  $y = \frac{1}{x + \sqrt{x^2+1}}$  برابر است با:
- (۱)  $1 - \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$  (۲)  $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}} - x$  (۳)  $\frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - 1$  (۴)  $\frac{2x}{\sqrt{1+x^2}} - 1$
- ۹- مقدار مشتق تابع  $f(x) = 1 + \frac{6}{x} + \frac{6}{x^2} + \dots + \frac{6}{x^6}$  به ازای  $x = 1$  کدام است؟
- (۱) ۱۵۶ (۲) ۱۹۲ (۳) -۱۹۲ (۴) -۱۵۶
- ۱۰- مشتق تابع  $f(x) = \sqrt[3]{x^2} \sqrt{x\sqrt{x}}$ ، کدام است؟ ( $x > 0$ )
- (۱)  $\frac{15}{24\sqrt[3]{x^9}}$  (۲)  $\frac{24}{15\sqrt[3]{x^9}}$  (۳)  $\frac{24}{15\sqrt[3]{x^9}}$  (۴)  $\frac{15}{24\sqrt[3]{x^9}}$
- ۱۱- مشتق تابع  $y = (\sqrt{x+4} - \sqrt{x+1})^3 (\sqrt{x+4} + \sqrt{x+1})^2$  در  $x = 0$  کدام است؟
- (۱)  $\frac{9}{4}$  (۲)  $\frac{27}{4}$  (۳)  $-\frac{27}{4}$  (۴)  $-\frac{9}{4}$
- ۱۲- مقدار مشتق تابع  $y = \cos^2 \frac{\pi}{3x}$  به ازای  $x = 4$  کدام است؟
- (۱)  $\frac{\pi}{96}$  (۲)  $\frac{\pi}{72}$  (۳)  $\frac{\pi}{48}$  (۴)  $\frac{\pi}{32}$

(سراسری ریاضی ۸۸)

(سراسری تجربی فارغ از کشور ۹۰)

- ۱۳- مقدار مشتق تابع  $y = \cos^2\left(\frac{\pi}{3} + \frac{x}{4}\right)$  به ازای  $x = \frac{\pi}{4}$  کدام است؟  
 (۱)  $-\frac{1}{4}$  (۲)  $-\frac{1}{8}$  (۳)  $\frac{1}{8}$  (۴)  $\frac{1}{4}$  (سراسری تجربی ۹۰)
- ۱۴- مشتق تابع  $y = 2 \sin^2\left(\frac{\pi}{6} - \frac{x}{4}\right)$  به ازای  $x = \frac{\pi}{3}$  کدام است؟  
 (۱)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳)  $-\frac{1}{4}$  (۴)  $-\frac{1}{8}$  (سراسری تجربی ۹۳)
- ۱۵- مقدار مشتق  $\sin^3 \sqrt{x}$  در نقطه‌ی  $x = \frac{\pi^2}{9}$  چه قدر است؟  
 (۱)  $\frac{9}{16\pi}$  (۲)  $\frac{9}{8\pi}$  (۳)  $\frac{27}{16\pi}$  (۴)  $\frac{27}{8\pi}$  (سراسری تجربی خارج از کشور ۹۳)
- ۱۶- مشتق  $y = \sin^3(\sqrt{2x})$  به ازای  $x = \frac{\pi^2}{18}$  کدام است؟  
 (۱)  $\frac{9}{8\pi}$  (۲)  $\frac{9}{4\pi}$  (۳)  $\frac{27}{8\pi}$  (۴)  $\frac{27}{4\pi}$  (سراسری تجربی خارج از کشور ۹۳)
- ۱۷- اگر  $f(x) = \sqrt{2 \sin \pi x^2}$ ، آن‌گاه  $f'(x)$  کدام است؟  
 (۱)  $\frac{\pi\sqrt{2}}{2}$  (۲)  $\frac{\pi\sqrt{3}}{2}$  (۳)  $\pi\sqrt{2}$  (۴)  $\pi\sqrt{3}$  (سراسری تجربی ۸۵)
- ۱۸- اندازه‌ی مشتق تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{\sqrt{3}}{\pi} \sqrt{3 + 2 \cos \frac{\pi}{x}}$  به ازای  $x = 3$  کدام است؟  
 (۱)  $\frac{1}{12}$  (۲)  $\frac{1}{9}$  (۳)  $\frac{1}{6}$  (۴)  $\frac{1}{4}$  (سراسری ریاضی خارج از کشور ۸۸)
- ۱۹- اگر  $f(x) = \frac{\cos^2 x}{1 + \sin^2 x}$ ، مقدار  $f\left(\frac{\pi}{4}\right) - 3f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$  برابر کدام است؟  
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴ (سراسری ریاضی خارج از کشور ۸۸)
- ۲۰- مقدار مشتق تابع  $y = \frac{1 + \cos 2x}{\cos 2x}$  به ازای  $x = \frac{\pi}{12}$  کدام است؟  
 (۱)  $-\frac{4}{3}$  (۲)  $-\frac{3}{4}$  (۳)  $\frac{3}{4}$  (۴)  $\frac{4}{3}$  (سراسری تجربی خارج از کشور ۸۹)
- ۲۱- مقدار مشتق  $\sqrt{1 + \tan^2\left(\frac{1}{x}\right)}$  به ازای  $x = \frac{3}{\pi}$  کدام است؟  
 (۱)  $-\frac{2\pi^2\sqrt{3}}{9}$  (۲)  $-\frac{2\pi^2}{9}$  (۳)  $\frac{2\pi^2}{9}$  (۴)  $\frac{2\pi^2\sqrt{3}}{9}$  (سراسری تجربی خارج از کشور ۹۱)
- ۲۲- اندازه‌ی مشتق تابع  $y = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x}$  به ازای  $x = \frac{\pi}{8}$  کدام است؟  
 (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴)  $\frac{1}{2}$  (سراسری تجربی ۸۹)
- ۲۳- اگر  $f(x) = \left(\frac{1 - \sin 4x}{\sin 2x - \cos 2x}\right)^2$ ، آن‌گاه مقدار  $f'\left(\frac{\pi}{16}\right)$  کدام است؟  
 (۱)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۲)  $\frac{\sqrt{2}}{4}$  (۳)  $-2\sqrt{2}$  (۴)  $-3\sqrt{2}$  (سراسری تجربی ۸۹)
- ۲۴- مشتق تابع  $y = \cos^6 x + \sin^6 x - 2 \sin^2 x \cos^2 x$  در  $x = \frac{\pi}{6}$  کدام است؟  
 (۱)  $\sqrt{3}$  (۲) -۱ (۳)  $-\sqrt{3}$  (۴) ۱ (آزاد ریاضی ۸۶)
- ۲۵- مشتق تابع  $y = (\sin x + \cos x)^6 - 2 \sin^2 x$  در  $x = \frac{3\pi}{16}$  کدام است؟  
 (۱)  $\sqrt{2}$  (۲)  $-\sqrt{2}$  (۳)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۴)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$  (آزاد ریاضی ۸۶)
- ۲۶- تابع  $f$  با ضابطه‌ی  $-\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4}$ ،  $f(x) = \sin(\cos(\sin x))$ ، مفروض است. اگر  $f'(x_0) = 0$ ، آن‌گاه  $x_0$  کدام است؟  
 (۱)  $-\frac{1}{3}$  (۲) صفر (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴) ۱ (آزاد ریاضی ۸۶)

۲۷- در تابع ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{x+1}{x} \text{Sgn}(x^2 - x + 1)$ ، حاصل  $f'(x)$  کدام است؟ (مسئله‌ی کتاب درسی)

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} & ; x > 0 \\ -\frac{1}{x^2} & ; x < 0 \end{cases} \quad (۴) \quad f'(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} & ; x < 0 \\ -\frac{1}{x^2} & ; x > 0 \end{cases} \quad (۳) \quad f'(x) = \frac{1}{x^2} \quad (۲) \quad f'(x) = -\frac{1}{x^2} \quad (۱)$$

۲۸- اگر  $f(x) = (\sqrt{x+2} - \sqrt{x+1})^6$  و  $g(x) = (\sqrt{x+2} + \sqrt{x+1})^5$  باشد، حاصل  $f'g + g'f$  در  $x=0$  کدام است؟

$$\frac{1-\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} \quad (۴) \quad \frac{1-\sqrt{2}}{2} \quad (۳) \quad \frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \quad (۲) \quad \frac{1}{\sqrt{2}-2} \quad (۱)$$

۲۹- اگر  $f(x) = \sqrt{x^2 \sqrt{x}}$  و  $g(x) = \frac{1}{x\sqrt{x}}$  حاصل  $f'(x)g(x) + g'(x)f(x)$  در  $x=1$  کدام است؟ (آزاد ریاضی فارغ از کشور ۸۷)

$$\frac{5}{12} \quad (۴) \quad -\frac{21}{12} \quad (۳) \quad 1 \quad (۲) \quad \frac{21}{12} \quad (۱)$$

۳۰- اگر  $f(x) = \frac{1}{x - \sqrt{x^2+1}}$  و  $g(x) = x + \sqrt{x^2+1}$  باشند، حاصل  $f'(x)g(x) - g'(x)f(x)$  کدام است؟ (آزمون‌های گاه ۸۸)

$$\sqrt{x^2+1} \quad (۴) \quad 2x \quad (۳) \quad \text{صفر} \quad (۲) \quad -1 \quad (۱)$$

۳۱- اگر  $y$  و  $z$  توابعی از  $x$  باشند و  $\frac{y}{x} = \frac{1}{z}$ ، آن‌گاه:

$$\frac{y'}{z} + \frac{z'}{y} = \frac{1}{x} \quad (۴) \quad \frac{y'}{y} + \frac{z'}{z} = \frac{1}{x} \quad (۳) \quad \frac{y'}{z} + \frac{z'}{y} = 1 \quad (۲) \quad \frac{y'}{y} + \frac{z'}{z} = 1 \quad (۱)$$

۳۲- اگر  $f(x) = \frac{(x+4)^2}{x^2+4x-1}$ ،  $g(x) = \frac{a-x^2}{x^2+4x-1}$  و  $f'(x) = g'(x)$ ؛ آن‌گاه مقدار  $a$  کدام است؟

$$18 \quad (۴) \quad 16 \quad (۳) \quad 4 \quad (۲) \quad 8 \quad (۱)$$

۳۳- اگر  $f'(a) = 2$  و  $f(a) = \frac{1}{3}$ ، مقدار مشتق عبارت  $f^2(x) + \frac{1}{f(x)}$  در نقطه‌ی  $x=a$  چه قدر است؟

$$6 \quad (۴) \quad 4 \quad (۳) \quad -6 \quad (۲) \quad -4 \quad (۱)$$

۳۴- اگر  $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x + \sin x}$  و  $g(x) = \frac{x^2 + \sin^2 x + 2x \sin x}{x+1}$ ، آن‌گاه  $f'g + g'f$  به‌ازای  $x=1$  کدام است؟

$$1 \quad (۴) \quad -\frac{1}{4} \quad (۳) \quad \frac{1}{4} \quad (۲) \quad \frac{1}{2} \quad (۱)$$

۳۵- مشتق تابع  $y = \frac{f(x)}{g(x)}$  در نقطه‌ی  $x=1$  برابر ۳ است. اگر  $f(1) = 0$ ،  $f'(1) = -4$  و  $g'(1)$  موجود باشد؛ مقدار  $g(1)$  کدام است؟

$$\frac{4}{3} \quad (۴) \quad \frac{2}{4} \quad (۳) \quad -\frac{2}{4} \quad (۲) \quad -\frac{4}{3} \quad (۱)$$

۳۶- اگر  $f(x) = \frac{(x+1) \cdot h(x)}{(2x+1) \cdot h(2x+1)}$ ، آن‌گاه  $f'(-1)$  چه قدر است؟ ( $h(-1) \neq 0$ )

$$2 \quad (۴) \quad 1 \quad (۳) \quad -1 \quad (۲) \quad -2 \quad (۱)$$

۳۷- مشتق تابع  $f(x) = \frac{(x-1)\sqrt[4]{3x-2}}{(\Delta x - 3)^4}$  در نقطه‌ی  $x=1$  کدام است؟ (سراسری ریاضی ۸۳)

$$\frac{5}{16} \quad (۴) \quad \frac{3}{40} \quad (۳) \quad \frac{1}{8} \quad (۲) \quad \frac{1}{16} \quad (۱)$$

۳۸- مشتق تابع  $y = \frac{4-x^2}{\sqrt{2x+5}}$  در  $x=2$  کدام است؟

$$-\frac{1}{7} \quad (۴) \quad \frac{4}{7} \quad (۳) \quad -\frac{4}{7} \quad (۲) \quad \frac{1}{7} \quad (۱)$$

۳۹- مشتق تابع  $y = \sqrt[3]{(x-1)^2(x+1)^2(x-2)}$  در  $x=1$  کدام است؟

$$\sqrt[3]{4} \quad (۴) \quad \text{صفر} \quad (۳) \quad -\sqrt[3]{2} \quad (۲) \quad -\sqrt[3]{4} \quad (۱)$$

۴۰- مشتق تابع  $y = (x^3-1)(x^3-2)\dots(x^3-28)$  در  $x=3$  چه قدر است؟ (آزاد ریاضی ۸۹)

$$-(26!) \quad (۴) \quad -(27!) \quad (۳) \quad 26! \quad (۲) \quad 27! \quad (۱)$$

۴۱- مشتق تابع  $f(x) = \frac{\cos \pi x}{x+1}$  در نقطه‌ی  $x = \frac{1}{3}$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{2\pi}{3}$  (۲)  $-\frac{\pi}{3}$  (۳)  $\frac{\pi}{3}$  (۴)  $\frac{2\pi}{3}$

۴۲- مشتق تابع  $y = (x + \frac{\pi}{4})^2 \sin(2x - \pi)$  در  $x = \frac{\pi}{4}$  کدام است؟

- (۱)  $2\pi^2$  (۲)  $\pi^2$  (۳)  $\frac{\pi^2}{2}$  (۴) صفر

(آزمون‌های گاه ۸۹)

۴۳- اگر  $f(x) = \sin x \sin \frac{x}{4} \sin \frac{x}{3} \sin \frac{x}{6}$  باشد، حاصل  $f'(\pi)$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{\sqrt{2}}{4}$  (۲)  $\frac{\sqrt{2}}{4}$  (۳)  $\frac{\sqrt{6}}{4}$  (۴)  $-\frac{\sqrt{6}}{4}$

۴۴- مقدار مشتق تابع  $f(x) = \sin \frac{\pi}{4} x \cdot \log_{\sqrt{3}} x$  به ازای  $x = 2$  چه قدر است؟

- (۱) صفر (۲)  $-\pi$  (۳)  $-\frac{\pi}{2}$  (۴)  $-2$

۴۵- مشتق تابع  $y = (x-3)|x-2| + \sqrt[3]{(x-3)^2(x-4)}$  در  $x = 3$  کدام است؟

- (۱)  $-1$  (۲)  $1$  (۳) صفر (۴) در  $x = 3$  مشتق پذیر نیست.

(آزاد ریاضی فارغ از کشور ۸۶)

۴۶- مشتق تابع  $y = \frac{(x-1)^3}{x^2+x+1} + \frac{x^2-1}{x+\sqrt{x}}$  به ازای  $x = 1$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲)  $4$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $1$

۴۷- اندازه‌ی مشتق تابع  $y = \frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 2}{x+2}$  در  $x = -1$  برابر است با:

- (۱)  $1$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $-\frac{1}{2}$  (۴)  $-1$

۴۸- مشتق تابع  $f(x) = \frac{x^2 \sqrt[3]{x} - x^2 + 1}{\sin x + \cos x + 1}$  به ازای  $x = 0$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $-\frac{1}{4}$  (۳)  $-1$  (۴) صفر

۴۹- مشتق تابع  $y = \sin 2x \cdot \tan x + \frac{3x}{x^2-1}$  در  $x = 0$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲)  $3$  (۳)  $-1$  (۴)  $-3$

۵۰- اندازه‌ی مشتق تابع  $y = |x| + |x^2 - 2x|$  در  $x = -1$  کدام است؟

- (۱)  $5$  (۲)  $-5$  (۳)  $-3$  (۴)  $3$

(سراسری ریاضی ۷۶)

۵۱- در تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = |5 - x\sqrt{x}|$ ، مقدار  $f'(1) + f'(4)$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{3}{2}$  (۴)  $3$

۵۲- مشتق تابع  $y = |x^2 - 1| + |x^2 - 2| + \dots + |x^2 - 10|$  به ازای  $x = \frac{3}{4}$  چه قدر است؟

- (۱)  $30$  (۲)  $18$  (۳)  $-30$  (۴)  $-18$

(آزاد ریاضی ۸۶)

۵۳- مشتق تابع  $y = |x(x-1)| + |(x-1)(x-2)| + \dots + |(x-4)(x-5)|$  در  $x = \frac{3}{4}$  چه قدر است؟

- (۱)  $-20$  (۲)  $20$  (۳)  $10$  (۴)  $-10$

۵۴- مقدار مشتق تابع  $f(x) = x[\cos x]$  به ازای  $x = 0$  کدام است؟ ( [ ] علامت جزء صحیح است.)

- (۱)  $-1$  (۲) صفر (۳)  $1$  (۴) موجود نیست.

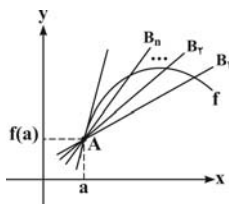
۵۵- مقدار مشتق تابع  $f(x) = \frac{[x]}{\sin x}$  به ازای  $x = \frac{3\pi}{4}$  کدام است؟ ( [ ] علامت جزء صحیح است.)

- (۱)  $2\sqrt{2}$  (۲)  $\sqrt{2}$  (۳)  $-\sqrt{2}$  (۴)  $-2\sqrt{2}$

### تعریف مشتق

۵۶- اگر برای تابع  $f$  داشته باشیم  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = L$  و  $L$  یک عدد حقیقی باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  کدام است؟

- (۱)  $L$  (۲)  $f(a)$  (۳)  $Lf(a)$  (۴)  $L + f(a)$



۵۷- در شکل مقابل، نقطه‌ی متغیر  $B_i(a + \Delta x, f(a + \Delta x))$  روی نمودار تابع  $f$  به نقطه‌ی  $A(a, f(a))$

نزدیک و نزدیک‌تر می‌شود. عبارت  $\frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$  برابر کدام گزینه است؟

- (۱) شیب خط مماس بر  $f$  در  $A$
- (۲) شیب نمودار  $f$  در  $x = a$
- (۳) مقدار مشتق تابع  $f$  در  $x = a$
- (۴) خارج قسمت تفاضلی

۵۸- شیب وترى که نقاط  $M$  و  $N$  به ترتیب به طول‌های ۱ و  $x$  از نمودار تابع مشتق‌پذیر  $f$  را به هم وصل می‌کند، برابر  $\frac{x\sqrt{x}}{x^2+1}$  است. شیب خط مماس بر نمودار  $f$  در نقطه‌ی  $M$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{4}$
- (۲)  $\frac{1}{2}$
- (۳) ۱
- (۴) ۲

۵۹- دو نقطه به طول‌های ۱ و  $1+h$ ، بر روی نمودار تابع با ضابطه‌ی  $y = 3x^{17}$  انتخاب کنید. ضریب زاویه‌ی خط گذرنده بر دو نقطه، وقتی  $h \rightarrow 0$  کدام است؟

- (۱) ۳
- (۲) ۱۴
- (۳) ۱۷
- (۴) ۵۱

۶۰- اگر  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2+h)^2 - 4}{h}$ ، تعریف مشتق تابع  $f$  در نقطه‌ی  $x = a$  باشد، کدام انتخاب برای  $f$  و  $a$  نادرست است؟ (آزمون‌های گاه ۸۸)

- (۱)  $f(x) = x^3, a = 2$
- (۲)  $f(x) = x^3 + 7, a = 2$
- (۳)  $f(x) = (x-1)^3, a = 1$
- (۴)  $f(x) = (x+1)^3, a = 1$

۶۱- نمودار کدام تابع در  $x = 0$  مماس قائم ندارد؟

- (۱)  $y = \sqrt[3]{x}$
- (۲)  $y = \sqrt[3]{x^2}$
- (۳)  $y = \sqrt{|x|}$
- (۴)  $y = \sqrt{1-x^2}$

۶۲- چه تعداد از توابع زیر در نقاط مشخص شده دارای خط مماس هستند؟ (Sgn تابع علامت است.) (مسئله‌ی کتاب درسی)

- (الف)  $f(x) = |x|$  در  $x = 1$
- (ب)  $g(x) = |x^2 - 1|$  در  $x = 1$
- (ج)  $e(x) = \sqrt[3]{x}$  در  $x = 0$
- (د)  $t(x) = x \cdot \text{Sgn}(x)$  در  $x = 0$

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

۶۳- اگر  $f(x) = (x-2)\sqrt[3]{x^2}$ ، حاصل  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(-1+\Delta x) - f(-1)}{\Delta x}$  کدام است؟ (سراسری تیربی فارغ از کشور ۸۴)

- (۱) ۲
- (۲) ۳
- (۳)  $\frac{2}{3}$
- (۴)  $\frac{4}{3}$

۶۴- اگر  $f(x) = (x^2 - x - 2)\sqrt[3]{x^2 - 7x}$ ، حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h}$  کدام است؟ (سراسری ریاضی ۹۲)

- (۱) -۶
- (۲) -۳
- (۳)  $-\frac{3}{2}$
- (۴)  $-\frac{3}{4}$

۶۵- اگر  $f(x) = \frac{x + \sqrt{2x}}{x-1} \cot \frac{\pi}{x}$ ، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x-2}$  کدام است؟ (سراسری ریاضی فارغ از کشور ۸۶)

- (۱)  $-\pi$
- (۲)  $-\frac{\pi}{2}$
- (۳)  $\frac{\pi}{2}$
- (۴)  $\pi$

۶۶- اگر  $f'(2) = 2$ ، مقدار  $\lim_{t \rightarrow -2} \frac{f(t) - f(-2)}{2(t+2)}$  کدام است؟

- (۱) -۲
- (۲) -۱
- (۳) ۱
- (۴) ۲

۶۷- اگر  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = 3x$ ، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x^2 - 9}$  چه قدر است؟

- (۱)  $\frac{3}{2}$
- (۲)  $\frac{1}{6}$
- (۳)  $\frac{1}{2}$
- (۴) ۹

۶۸- مشتق تابع  $f$  در نقطه‌ی  $x = 2$ ، به صورت  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{2(2+h)^2 + k(2+h) - 2k - 8}{h} = 12$  بیان شده است.  $k$  کدام است؟

- (۱) ۲
- (۲) ۳
- (۳) ۴
- (۴) ۶

۶۹- حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{((x+h)^2 + 1)^2 - (x^2 + 1)^2}{h}$  کدام است؟

- (۱)  $2(x^2 + 1)$
- (۲)  $x^2 + 1$
- (۳)  $4x(x^2 + 1)$
- (۴)  $2(x^2 + 1)^2$

(آزمون‌های گاه ۸۸)

۷۰- حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(\cos(x+h)) - \sin(\cos x)}{h}$  کدام است؟

- (۱)  $-\sin x \cdot \cos(\cos x)$  (۲)  $\cos(\sin x)$  (۳)  $\sin(\sin x)$  (۴)  $\cos(\cos x)$

۷۱- حاصل  $\lim_{t \rightarrow x} \frac{tf(x) - xf(t)}{t-x}$  کدام است؟

- (۱)  $f'(x) + xf(x)$  (۲)  $xf'(x) - f(x)$  (۳)  $f(x) - xf'(x)$  (۴)  $f(x) + xf'(x)$

۷۲- با فرض آن که  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = 2$ ، مقدار  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(x-2h)}{h}$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) -۲ (۴) -۴

(سراسری ریاضی ۷۱۴)

۷۳- اگر  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x-h)}{h} = 2\sqrt{x}$ ، آن‌گاه  $f'(4)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{4}{3}$  (۳) ۴ (۴) ۲

(تمرین در کلاس کتاب درسی)

۷۴- اگر  $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$  باشد، حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f^3(1+h) - f^3(1)}{h}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{2}{9}$  (۴)  $\frac{1}{9}$

۷۵- اگر  $f(x) = 2 \sin x$  باشد، حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{f(\frac{\pi}{6}+h)} - \sqrt{f(\frac{\pi}{6})}}{h}$  برابر کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲) ۱ (۳)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۴)  $\sqrt{3}$

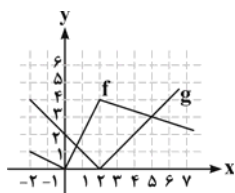
(سراسری ترمی ۸۲)

۷۶- اگر  $f(x) = x^2 - x$  و  $g(x) = \sqrt{2x}$  حاصل  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(2+\Delta x)g(2+\Delta x) - f(2)g(2)}{\Delta x}$  برابر کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۷

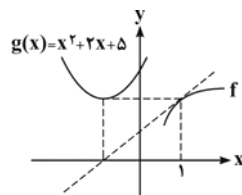
۷۷- اگر  $f(x) = \sqrt{3x+1}$  و  $g(x) = \frac{1}{x}$  حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{f}{g}(1+h) - 2}{h}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{5}{4}$  (۲)  $-\frac{11}{4}$  (۳)  $-\frac{5}{4}$  (۴)  $\frac{11}{4}$



۷۸- نمودار توابع f و g به صورت مقابل است. اگر  $H(x) = f^2(x)g(x)$  باشد، مقدار  $H'(1)$  کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) -۴



۷۹- نمودار توابع f و g در شکل زیر داده شده است. مشتق تابع  $y = \frac{g(x)}{f(x)}$  در  $x=1$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲)  $\frac{1}{8}$  (۳)  $\frac{1}{4}$  (۴)  $\frac{1}{2}$

۸۰- اگر  $f(x) = \begin{cases} x-1 & ; x > 0 \\ x^2 & ; x \leq 0 \end{cases}$ ، آن‌گاه حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x^2+1+h) - f(x^2+1)}{h}$  کدام است؟

- (۱)  $x^2$  (۲)  $2(x^2+1)$  (۳)  $(x^2+1)^2$  (۴) ۱

۸۱- اگر  $f(x) = \begin{cases} x^2 \left[ \frac{1}{x} \right] & ; x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$ ، مقدار  $f'(0)$  کدام است؟ ([ ] علامت جزء صحیح است.)

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴) وجود ندارد.

۸۲- با فرض  $f(x) = \begin{cases} \frac{g(x)x^2}{2x^2 - [x^2]} & ; x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$  و  $g(0) = 0$  و  $g'(0) = \frac{3}{4}$ ؛ مقدار  $f'(0)$  کدام است؟ ([ ] علامت جزء صحیح است).

- (۱)  $\frac{3}{4}$  (۲)  $\frac{4}{3}$  (۳)  $\frac{8}{3}$  (۴)  $\frac{3}{8}$

۸۳- در تابع  $f$  به ازای هر  $x$  و  $y$  عضو دامنه  $f$ ، داریم  $f(x+y) = f(x)f(y)$ . در این صورت حاصل  $\frac{f'(x)}{f(x)}$  برابر کدام است؟

- (۱)  $f(0)$  (۲)  $f'(0)$  (۳)  $\frac{1}{f'(0)}$  (۴) به مقدار  $x$  بستگی دارد.

**مشتق چپ و مشتق راست**

۸۴- مشتق چپ تابع  $f$  با ضابطه  $f(x) = \sqrt{1 - \sqrt{1 - x^2}}$  در نقطه  $x = 0$  کدام است؟ (سراسری ریاضی ۸۹)

- (۱)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۲)  $-\sqrt{2}$  (۳)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۴)  $\sqrt{2}$

۸۵- کدام گزینه در مورد تابع  $f(x) = x^x [x]$  در نقطه  $x = 1$  درست است؟ ([ ] علامت جزء صحیح است).

- (۱)  $f'_+(1) = 0$  و  $f'_-(1) = 2$  (۲)  $f'_-(1) = 0$  و  $f'_+(1) = 1$

- (۳)  $f'_-(1)$  و  $f'_+(1)$  موجود نیست. (۴)  $f'_-(1)$  و  $f'_+(1) = 2$  موجود نیست.

۸۶- کدام گزینه در مورد تابع  $f(x) = x[-x^x]$  در نقطه  $x = 0$  درست است؟ ([ ] علامت جزء صحیح است).

- (۱)  $f'_+(0) = 1$  و  $f'_-(0) = -1$  (۲)  $f'_+(0) = -1$  و  $f'_-(0) = 1$  (۳)  $f'_+(0) = f'_-(0) = 0$  (۴)  $f'_+(0) = f'_-(0) = -1$

۸۷- مقدار مشتق چپ تابع  $f$  با ضابطه  $f(x) = [1 - 2x]x^x$  در نقطه  $x = -1$  کدام است؟ ([ ] علامت جزء صحیح است).

- (۱)  $-6$  (۲)  $-5$  (۳)  $-4$  (۴)  $-3$

۸۸- مشتق‌های چپ و راست تابع  $f(x) = x[x^x + 3]$  در نقطه  $x = 0$ ، چه قدر با یکدیگر اختلاف دارند؟ (تمرین در کلاس کتاب درسی)

- (۱) صفر (۲)  $1$  (۳)  $2$  (۴)  $3$

۸۹- اگر  $f(x) = \sin x \left[ \cos \frac{x}{y} \right]$  باشد، حاصل  $f'_+(\pi) - f'_-(\pi)$  کدام است؟ ([ ] علامت جزء صحیح است). (مسئله‌ی کتاب درسی)

- (۱) صفر (۲)  $1$  (۳)  $2$  (۴)  $3$

۹۰- تابع  $f(x) = \begin{cases} x \cos \frac{1}{x} & ; x > 0 \\ x[-x] & ; x \leq 0 \end{cases}$  مفروض است. کدام گزینه در مورد تابع  $f$  در نقطه  $x = 0$  صحیح است؟ ([ ] علامت جزء صحیح است).

- (۱) هم مشتق چپ دارد و هم مشتق راست. (۲) مشتق راست دارد ولی مشتق چپ ندارد.

- (۳) مشتق چپ دارد ولی مشتق راست ندارد. (۴) نه مشتق راست دارد و نه مشتق چپ.

۹۱- در تابع با ضابطه  $f(x) = |x| \cdot [x]$ ، مقدار  $f'_-(0) - f'_+(0)$  کدام است؟ ([ ] علامت جزء صحیح است). (سراسری تجربی ۸۷)

- (۱)  $-1$  (۲) صفر (۳)  $1$  (۴)  $2$

۹۲- مشتق راست تابع با ضابطه  $f(x) = ([x] - |x|)\sqrt[3]{9x}$ ، در نقطه  $x = -3$  کدام است؟ (سراسری ریاضی ۹۳)

- (۱)  $-\frac{16}{3}$  (۲)  $-5$  (۳)  $-4$  (۴)  $\frac{7}{3}$

۹۳- کدام گزینه در مورد تابع  $f(x) = \frac{|x|}{x-1}$  در مبدأ مختصات صدق می‌کند؟

- (۱)  $f'_-(0) = f'_+(0) = +\infty$  (۲)  $f'_-(0) = -f'_+(0) = 1$  (۳)  $f'_-(0) = f'_+(0) = 0$  (۴)  $-f'_-(0) = f'_+(0) = 1$

۹۴- مشتق راست تابع  $y = \frac{\sqrt{(x+2)^2(x+3)}}{2x + \sqrt{x+6}}$  در  $x = -2$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{1}{4}$  (۴)  $-\frac{1}{4}$

۹۵- در تابع با ضابطه  $f(x) = x\sqrt{x} + |x-1|$ ، مقدار  $f'_+(1) + 3f'_-(1)$  کدام است؟ (سراسری تجربی ۹۰)

- (۱)  $2$  (۲)  $3$  (۳)  $4$  (۴)  $5$

۹۶- مشتق چپ تابع  $f(x) = |2x+1| - |x-1|$  در نقطه‌ی  $x = -\frac{1}{4}$  کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) -۳ (۴) ۳

۹۷- اختلاف مشتق‌های چپ و راست تابع  $f(x) = |2x-1| - |\sin \pi x|$  در نقطه‌ی  $x = \frac{1}{4}$  چه قدر است؟

- (۱)  $4\pi$  (۲)  $2\pi$  (۳) ۴ (۴) ۲

(سراسری تمبری فارغ از کشور ۸۶)

۹۸- اگر  $f(x) = x |\sin \pi x|$ ، مقدار  $f'_+(1)$  کدام است؟

- (۱)  $-\pi$  (۲) -۱ (۳) ۱ (۴)  $\pi$

۹۹- اگر  $f(x) = \left| \sin \pi x + \cos \frac{\pi}{4} x \right|$ ، حاصل  $f'_-(1)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{\pi}{2}$  (۲)  $-\frac{\pi}{2}$  (۳)  $\frac{3\pi}{2}$  (۴)  $-\frac{3\pi}{2}$

۱۰۰- به‌ازای کدام مقدار  $k$ ، مشتق چپ تابع  $f(x) = \frac{kx}{4\pi} |\sin x - \cos x|$  در نقطه‌ی  $x = \frac{5\pi}{4}$  برابر  $\frac{\sqrt{2}}{4}$  است؟

- (۱)  $\frac{4}{5}$  (۲)  $\frac{5}{4}$  (۳)  $-\frac{4}{5}$  (۴)  $-\frac{5}{4}$

۱۰۱- اگر  $f(x) = |\sin^2 x - \sin x|$ ، حاصل  $f'(\pi)$  و  $f'(\frac{\pi}{4})$  به‌ترتیب کدام‌اند؟

- (۱) ناموجود - صفر (۲) صفر - صفر (۳) صفر - ناموجود (۴) ناموجود - ناموجود

(آزاد ریاضی ۸۵)

۱۰۲- مشتق چپ تابع  $f(x) = |x+1| |x+2| |x+3| + |x+2| |x+3| |x+4|$  در  $x = -3$  کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) -۱

۱۰۳- اگر تابع  $f$  در  $x_0$  مشتق‌پذیر و  $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h} = -2$ ، مقدار  $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(x_0) - f(x_0-h)}{h}$  کدام است؟

- (۱)  $2 - f(x_0)$  (۲)  $2 + f(x_0)$  (۳) ۲ (۴) -۲

(سراسری تمبری ۸۳)

۱۰۴- اگر  $f(x) = |x-2| + \sqrt{2x}$ ، حاصل  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{f(2+\Delta x) - f(2)}{\Delta x}$  کدام است؟

- (۱) -۲ (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{3}{2}$

(آزاد ریاضی ۸۷)

۱۰۵- برای تابع  $f(x) = \frac{|x-1|+1}{|x|+1}$ ، حاصل  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0^+} \frac{f(1-2\Delta x) - f(1)}{\Delta x}$  چه قدر است؟

- (۱)  $\frac{3}{4}$  (۲)  $\frac{3}{2}$  (۳)  $-\frac{3}{4}$  (۴)  $-\frac{3}{2}$

۱۰۶- با فرض  $f(x) = |x| \sqrt{x+4}$ ، حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(2h) - f(-2h)}{h}$  کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) -۱۰ (۳) ۲ (۴) -۲

۱۰۷- برای تابع  $f(x) = |x|$ ، حد کسر  $\frac{f(-2) - f(-2-h^2)}{h^2}$  وقتی  $h \rightarrow 0$  چه قدر است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲

(آزمون‌های گاج ۸۹)

۱۰۸- اگر  $f(x) = |x^2 + x - 2|$ ، حاصل  $\lim_{h \rightarrow +\infty} h \left( f\left(1 - \frac{1}{h}\right) - f(1) \right)$  کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) -۱ (۳) ۳ (۴) ۱

۱۰۹- اگر  $f(x) = |x-1|$ ، آن‌گاه حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(1-3|h|) - f(1+2|h|)}{|h|}$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۵ (۳) -۵ (۴) -۱

(آزاد ریاضی ۸۶)

۱۱۰- در تابع  $f(x) = |x-1| + 2|x-2|$ ، حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h^2) + f(2+h^2) - 4}{h^2}$  کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) -۷ (۳) -۱ (۴) ۲

(آزمون‌های گاج ۸۸)

۱۱۱- اگر  $f(x) = \sqrt{1-\sqrt{1-x^2}}$  باشد،  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h^2) - f(0)}{h^2}$  کدام است؟

- (۱) ۸ (۲)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۳)  $\sqrt{2}$  (۴) ۲



۱۱۲- در تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x & ; x \geq 1 \\ x^2 - 3x + 6 & ; x < 1 \end{cases}$  حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1) - f(1-h^2)}{h^2}$  چه قدر است؟

- ۵ (۱)      ۱ (۲)      ۴ (۳)      ۲ (۴)

(مسئله‌ی کتاب درسی)

۱۱۳- اگر  $y = \begin{cases} x^3 & ; |x| \geq 1 \\ 2x^2 - 1 & ; |x| < 1 \end{cases}$  حاصل  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{f(1+\Delta x) - 1}{\Delta x}$  چه قدر است؟

- ۲ (۱)      ۳ (۲)      ۴ (۳)      ۴ (۴)

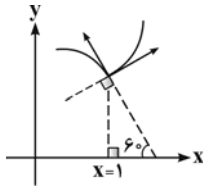
۱۱۴- در تابع  $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 1 & ; x \geq 1 \\ 3x & ; x < 1 \end{cases}$  حاصل  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{f(1+\Delta x) - f(1-\Delta x)}{\Delta x}$  کدام است؟

- ۷ (۱)      ۵ (۲)      ۹ (۳)      ۱۰ (۴)

(آزمون‌های گاج ۸۸)

۱۱۵- اگر  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 5x + 4 & ; x < 1 \\ x^3 - \sqrt{x} & ; x \geq 1 \end{cases}$  مقدار  $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1+2h) - f(1-h)}{h}$  کدام است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)



۱۱۶- اگر قسمتی از نمودار تابع  $f$  مطابق شکل روبه‌رو باشد، حاصل  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{f(1-2\Delta x) - f(1)}{\Delta x}$  کدام است؟

- ۲√۳ (۱)      -۲√۳ (۲)      -۲/۳√۳ (۴)      ۲/۳√۳ (۳)

مشتق‌پذیری

۱۱۷- به‌ازای کدام مقدار  $a$ ، تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \begin{cases} (x-1)|x-1| & ; x \neq 1 \\ a & ; x = 1 \end{cases}$  در نقطه‌ی  $x=1$  مشتق‌پذیر است؟ (سراسری ریاضی ۸۴)

- ۱ (۲)      ۲ (۳)      ۴ (۴)      صفر (۱)

۱۱۸- اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} a \cos x + bx - 1 & ; x \geq 0 \\ x^2 + x & ; x < 0 \end{cases}$  در نقطه‌ی  $x=0$  مشتق‌پذیر باشد، حاصل عبارت  $2a+b$  کدام است؟ (آزمون‌های گاج ۸۸)

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۱۱۹- اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} (x+1)^2 & ; x \leq 0 \\ ax + a + b & ; x > 0 \end{cases}$  در  $x=0$  مشتق‌پذیر باشد،  $a-b$  کدام است؟ (مثال کتاب درسی)

- ۱ (۲)      ۴ (۳)      ۵ (۴)      -۱ (۱)

۱۲۰- تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{x} - 5 & ; x \geq 1 \\ x^2 + ax + b & ; x < 1 \end{cases}$  در نقطه‌ای به‌طول  $x=1$  مشتق‌پذیر است.  $b$  کدام است؟ (سراسری تمبری خارج از کشور ۹۳)

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۱۲۱- در تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \begin{cases} x - \frac{1}{x} & ; x \geq 1 \\ x^2 + ax + b & ; x < 1 \end{cases}$  مقدار  $f'(1)$  موجود است.  $f(1-\sqrt{2})$  کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۲)

- ۳-√۲ (۱)      ۲-√۲ (۲)      ۲-۲√۲ (۳)      ۳-۲√۲ (۴)

۱۲۲- تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \begin{cases} ax^3 + bx & ; x < 1 \\ 2\sqrt{4x-3} & ; x \geq 1 \end{cases}$  بر روی مجموعه‌ی اعداد حقیقی مشتق‌پذیر است.  $b$  کدام است؟ (سراسری ریاضی ۹۲)

- ۱ (۲)      ۱ (۳)      ۲ (۴)      ۱/۲ (۱)