

درسنامه ۱

بار الکتریکی

در این مبحث به چگونگی باردار کردن اجسام، نیروی بین بارهای الکتریکی، انرژی الکتریکی و کاربرد الکتریسیته ساکن در وسایل الکتریکی می‌پردازیم. در قسمت دوم با قطعه‌های الکترونیکی به نام خازن آشنا می‌شوید.

مقدمه

در این قسمت مقدمات الکتریسیته ساکن، شامل بار الکتریکی و روش‌های باردار کردن اجسام مورد بررسی قرار می‌گیرد.

یکی از خواص فیزیکی اجسام، بار الکتریکی می‌باشد که دارای ویژگی‌های زیر است:

- (۱) بار الکتریکی دو نوع است: مثبت و منفی.
- (۲) نیروی بین بارهای همنام، دافعه و بین بارهای ناهمنام جاذبه است.
- (۳) اگر تعداد پروتون‌ها و الکترون‌های جسم با هم برابر نباشند، جسم را باردار می‌گویند.
- (۴) جسم باردار، می‌تواند جسم خنثی را جذب می‌کند.
- (۵) با توجه به این‌که جدا کردن پروتون بسیار دشوار است، با کم و زیاد کردن الکترون، جسم را باردار می‌کنند. اگر جسم الکترون بگیرد، بار آن منفی و اگر الکترون از دست بدهد، بار آن مثبت می‌شود.
- (۶) بار الکتریکی کمیته عددی (زده‌ای یا اسکالر) می‌باشد و با نماد q نمایش داده می‌شود.
- (۷) واحد بار الکتریکی در SI کولن (C) می‌باشد.

$$q = \pm ne$$

(۸) بار الکتریکی کمیته کوانتومی یا گسسته می‌باشد، یعنی مقدار بار جسم مضرب صحیحی از بار یک الکترون می‌باشد:

e : اندازه‌ی بار الکترون ($e = 1/6 \times 10^{-19} C$)، n : تعداد الکترون‌هایی که جسم گرفته یا از دست داده است.

اگر جسم الکترون بگیرد، علامت (-) و اگر از دست دهد، (+) می‌شود.

(۹) اصل پایستگی بار الکتریکی برقرار است. (بار به وجود نمی‌آید و از بین نمی‌رود بلکه از جسمی به جسم دیگر منتقل می‌شود.)

مثال ۱

کدام یک از مقادیر زیر می‌تواند بار الکتریکی جسم بر حسب کولن باشد؟

(آ) $q_1 = 2/4 C$ (ب) $q_2 = 16 \times 10^{-18} C$ (پ) $q_3 = 4/8 \times 10^{-20} C$

پاسخ: با توجه به ویژگی کوانتومی بودن بار الکتریکی، تعداد الکترون جابه‌جا شده را محاسبه می‌کنیم. اگر n عدد صحیح باشد، آن‌گاه چنین باری وجود دارد:

$$q = ne \Rightarrow n = \frac{q}{e} : n_1 = \frac{2/4}{1/6 \times 10^{-19}} = 1/5 \times 10^{19} \checkmark, \quad n_2 = \frac{16 \times 10^{-18}}{1/6 \times 10^{-19}} = 100 \checkmark, \quad n_3 = \frac{4/8 \times 10^{-20}}{1/6 \times 10^{-19}} = 0/3 \times$$

مثال ۲

دو جسم A و B یکدیگر را جذب می‌کنند و دو جسم A و C یکدیگر را دفع می‌کنند. در مورد بار هر جسم چه می‌توان گفت؟

پاسخ: جسم باردار، جسم خنثی را جذب می‌کند. بنابراین A و B لزوماً هر دو باردار و غیرهمنام نیستند. یعنی یا هر دو بار دارند و غیرهمنام هستند و یا یکی بار دارد و دیگری خنثی است. از طرفی، جسم A و C یکدیگر را دفع می‌کنند. بنابراین هر دو، باردار و لزوماً همنام هستند و جسم B ممکن است باردار یا خنثی باشد.

اصل پایستگی بار الکتریکی

این اصل بیان می‌کند، بار الکتریکی به وجود نمی‌آید و از بین هم نمی‌رود، فقط از یک جسم به جسم دیگر منتقل می‌شود.

به‌عنوان مثال، اگر میله‌ی پلاستیکی را با پارچه‌ی پشمی مالش دهیم، تعدادی الکترون از پارچه به میله منتقل می‌شود و بار میله منفی و بار پارچه مثبت می‌شود. یعنی هیچ باری تولید نشده است و فقط بار بین اجسام جابه‌جا شده است.

توجه جسم خنثی دارای تعداد الکترون و پروتون برابر است. در جسم با بار منفی، تعداد الکترون‌ها بیش‌تر از تعداد پروتون‌ها است و در جسم با بار مثبت، تعداد الکترون‌ها کم‌تر از تعداد پروتون‌ها است.

همچنین، منظور از بار خالص، مجموع بارهای مثبت و منفی با در نظر گرفتن علامت آن‌ها می‌باشد.

دسته بندی اجسام از نظر الکتریکی

با توجه به نحوه انتقال بار در اجسام، آن‌ها را به چهار دسته زیر تقسیم می‌کنند:

رسانا: جسم رسانا دارای تعداد زیادی الکترون آزاد است که به راحتی می‌توانند جابه‌جا شوند. اگر به جسم رسانا بار بدهیم، سریعاً در جسم توزیع می‌شود، مانند: فلزات.

نارسانا: جسم نارسانا الکترون آزاد ندارد، بنابراین اگر به آن بار دهیم، در همان محل باقی می‌ماند، مانند: چوب و پلاستیک.

نیمه‌رسانا: رسانایی این اجسام بیش‌تر از نارسانا و کم‌تر از رسانا می‌باشد و با روش‌هایی می‌توان رسانایی آن‌ها را افزایش داد.

آبر رسانا: هیچ مقاومتی در برابر عبور جریان ندارند.

روش‌های باردار کردن اجسام

برای بر هم زدن تعادل بار الکتریکی اجسام و یا اصطلاحاً باردار کردن اجسام، سه روش وجود دارد:

(۱) **روش مالش:** این روش مخصوص اجسام نارسانا است. اگر دو جسم نارسانا را به یکدیگر مالش دهیم، یکی از جسم‌ها الکترون می‌دهد و جسم دیگر این الکترون را دریافت می‌کند، بنابراین بار خالص جسم اول مثبت و بار خالص جسم دوم منفی می‌شود. اگر پارچه‌ی پشمی و میله‌ی پلاستیکی را به یکدیگر مالش دهیم، میله الکترون می‌گیرد (-) و پارچه الکترون از دست می‌دهد (+) و اگر پارچه‌ی ابریشمی و میله‌ی شیشه‌ای را به یکدیگر مالش دهیم، میله الکترون می‌دهد و مثبت می‌شود و پارچه الکترون گرفته و منفی می‌شود.

توجه: به خاطر بسپارید که میله‌ی پلاستیکی در اثر مالش با پارچه‌ی پشمی، بار منفی و میله‌ی شیشه‌ای در اثر مالش با پارچه‌ی ابریشمی بار مثبت پیدا می‌کند.

(۲) **روش تماس:** اگر جسم رسانا یا نارسانای خنثی را به جسم باردار تماس دهیم، جسم خنثی به‌طور هم‌نام با جسم باردار دارای بار الکتریکی می‌شود. این روش بیش‌تر برای باردار نمودن جسم رسانا کاربرد دارد.

اگر جسم خنثی، رسانا باشد، بار گرفته شده در سطح خارجی پخش می‌شود ولی اگر جسم خنثی، نارسانا باشد، بار گرفته شده در محل باقی می‌ماند.

نکته: اگر دو کره‌ی فلزی و هم‌اندازه دارای بارهای q_1 و q_2 باشند، پس از تماس، بار کره‌ها برابر یکدیگر می‌شود و مقدار آن از رابطه‌ی

$$q' = \frac{q_1 + q_2}{2}$$

مقابل به‌دست می‌آید؛

q_1 و q_2 با علامت قرار داده می‌شوند.

نکته: اگر کره‌ها هم‌اندازه نباشند، بار به نسبت شعاع کره‌ها تقسیم می‌شود و مقدار بار هر کره طبق معادلات زیر به‌دست می‌آید:

$$q'_1 + q'_2 = q_1 + q_2 \quad (q_1 \text{ و } q_2 \text{ با علامت قرار داده می‌شوند.}) \quad (1)$$

$$\frac{q'_1}{R_1} = \frac{q'_2}{R_2} \quad (R_1 \text{ و } R_2 \text{ شعاع کره‌های اول و دوم هستند.})$$

مثال ۳

دو کره‌ی رسانا دارای بارهای $q_1 = -2\mu\text{C}$ و $q_2 = +10\mu\text{C}$ می‌باشند. اگر دو کره را با هم تماس داده و جدا کنیم، در هر یک از حالات زیر بار نهایی هر کره چند μC می‌شود؟

(آ) کره‌ها هم‌اندازه باشند.

(ب) شعاع کره‌ی (۱) سه برابر شعاع کره‌ی (۲) باشد.

پاسخ: (آ) اگر کره‌ها هم‌اندازه باشند، بار نهایی کره‌ها یکسان می‌شود:

$$q' = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{-2 + 10}{2} = +4\mu\text{C}$$

(ب) اگر کره‌ها هم‌اندازه نباشند، از دو رابطه‌ی زیر استفاده می‌کنیم:

$$q'_1 + q'_2 = q_1 + q_2 \Rightarrow q'_1 + q'_2 = 10 - 2 = 8\mu\text{C} \quad (1) \quad , \quad \frac{q'_1}{R_1} = \frac{q'_2}{R_2} \Rightarrow \frac{q'_1}{q'_2} = 3 \Rightarrow q'_1 = 3q'_2 \quad (2)$$

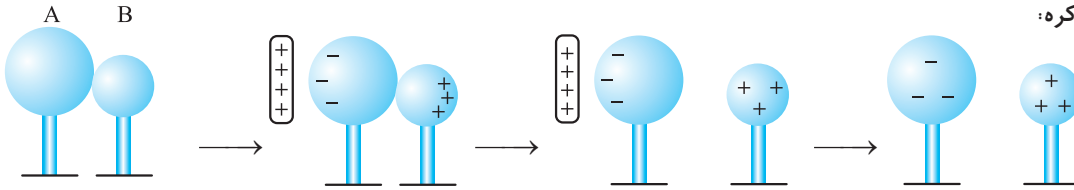
$$\xrightarrow{(2), (1)} \begin{cases} q'_1 + q'_2 = 8 \\ q'_1 = 3q'_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q'_2 = 2\mu\text{C} \\ q'_1 = 6\mu\text{C} \end{cases}$$

دروسنامه

۳) **روش القا:** این روش در رسانا بسیار بهتر انجام می‌گیرد و در نارساناها به سختی رخ می‌دهد. در این روش بدون این که بین جسم باردار و جسم خنثی تماسی برقرار شود، جسم خنثی را باردار می‌کنند.

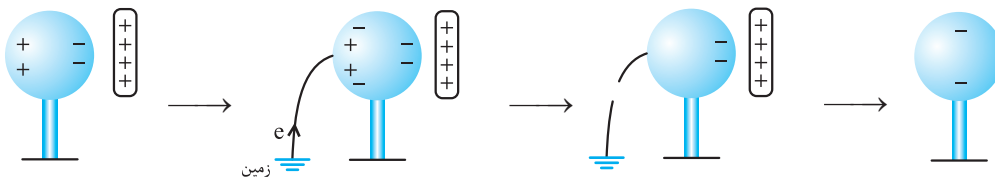
با رسم شکل روش القا را یادآوری می‌کنیم:

آ) القا بین دو کره:



توجه بار ایجاد شده در این روش در دو کره، هم‌اندازه و ناهمنام هستند و به اندازه و شکل اجسام رسانا بستگی ندارند.

ب) القا در یک کره:



بار ایجاد شده در کره، مخالف بار میله می‌باشد و زمین مانند جسم بزرگی است که در صورت لزوم می‌تواند الکترون بگیرد و یا الکترون از دست بدهد.

تجربی- فرداد ۹۲

۱- جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید.

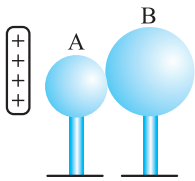
آ) جسم رسانا را می‌توان باردار کرد. (با روش القا یا تماس- فقط روش تماس- فقط روش القا)

ب) جسم نارسانا را با روش می‌توان باردار کرد. (القا- مالش یا تماس)

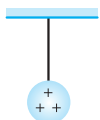
پ) باری که با روش تماس در جسم ایجاد می‌شود، بار اولیه است. (ناهمنام- همنام)

ت) در شکل مقابل، بار القا شده در کره‌ی رسانای B (بیش تر از- کم تر از- برابر با) بار القا شده در کره‌ی رسانای A است.

ث) در الکتروسکوپ باردار، بار کلاهک و تیغه‌های آن (همنام هستند- ناهمنام هستند).



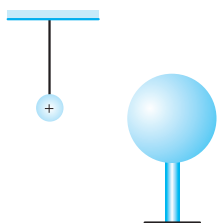
۲- در شکل مقابل گلوله‌ی فلزی بارداری از نخ آویزان است. کره‌ی فلزی خنثی را که دارای دسته‌ی نارسانا است، به گلوله نزدیک می‌کنیم. مشاهده می‌شود که گلوله می‌شود. وقتی تماس حاصل شد، کره را جدا کرده و دوباره به آرامی آن را به گلوله نزدیک می‌کنیم. مشاهده می‌شود گلوله می‌شود. (سراسری تجربی- ۸۶)



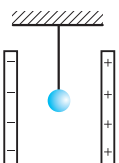
۳- گلوله‌ی سبک و رسانایی از نخ عابقی آویزان است. ابتدا آن را با دست لمس می‌کنیم. بعد میله‌ای با بار منفی را به آن نزدیک می‌کنیم، چه اتفاقی روی می‌دهد؟ توضیح دهید.

تجربی- دی ۸۴

۴- یک کره‌ی فلزی بدون بار الکتریکی را که روی پایه‌ی نارسانایی قرار دارد، به آونگ الکتریکی بارداری نزدیک می‌کنیم. با ذکر دلیل توضیح دهید چه اتفاقی می‌افتد.



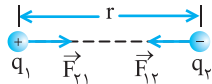
۵- مطابق شکل گلوله‌ی سبک و رسانای خنثی را از نخ آویزان می‌کنیم. اگر گلوله را یک بار به یکی از صفحات تماس داده و رها کنیم، دائماً بین صفحات نوسان می‌کند. چرا؟ این نوسان تا چه وقت ادامه می‌یابد؟



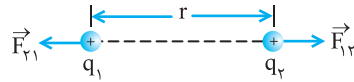
دوسنامه ۲

قانون کولن

اگر دو بار q_1 و q_2 در فاصله r از یکدیگر قرار گیرند، مطابق شکل به یکدیگر نیرو وارد می‌کنند:



(ب) نیروی الکتریکی بین دو بار الکتریکی غیرهمنام، ربابشی است.



(آ) نیروی الکتریکی بین دو بار الکتریکی همنام، ربابشی است.

شارل کولن، دانشمند فرانسوی با انجام آزمایش‌هایی توانست عوامل مؤثر بر نیروی الکتریکی را شناسایی کرده و نتیجه‌ی آزمایش‌های خود را به صورت قانون کولن بیان کند:

تعریف قانون کولن: بزرگی نیروی الکتریکی ربابشی و رانشی بین دو ذره باردار q_1 و q_2 که در فاصله r از یکدیگر قرار دارند، با حاصل ضرب اندازه‌ی بار دو ذره نسبت مستقیم و با مجذور فاصله‌ی بین دو ذره از هم نسبت وارون دارد:

$$\left. \begin{array}{l} F_{12} = F_{21} = F \\ F \propto |q_1| \times |q_2| \\ F \propto \frac{1}{r^2} \end{array} \right\} \Rightarrow F \propto \frac{|q_1| \times |q_2|}{r^2} \Rightarrow \mathbf{F} = k \frac{|q_1| \times |q_2|}{r^2}$$

q_1 و q_2 : بار دو جسم برحسب کولن (C) و r : فاصله‌ی بین دو ذره برحسب متر (m)

$$k: \text{ ثابت کولن برحسب } \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2} \quad (k = 8.99 \times 10^9 \approx 9 \times 10^9)$$

ضریب k را برحسب ضریب ثابت دیگری به نام ϵ_0 (ضریب گذردهی الکتریکی خلاء) بیان می‌کنند:

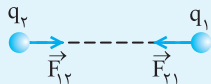
$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}, \quad \epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N.m}^2}$$

مثال ۴

دو ذره‌ی $q_1 = +3\mu\text{C}$ و $q_2 = -6\mu\text{C}$ در فاصله‌ی 3cm از یکدیگر ثابت شده‌اند.

(آ) نیرویی که ذره‌ی q_1 به q_2 وارد می‌کند، بزرگ‌تر است یا نیرویی که q_2 به q_1 وارد می‌کند؟

(ب) نیرویی که این دو ذره به یکدیگر وارد می‌کنند را محاسبه کنید.



پاسخ: (آ) طبق قانون سوم نیوتون، نیرویی که دو ذره به یکدیگر وارد می‌کنند با هم برابر است:

$$F_{12} = F_{21}$$

$$F = k \frac{|q_1| \times |q_2|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{3 \times 10^{-6} \times 6 \times 10^{-6}}{(3 \times 10^{-2})^2} = 1/8 \text{ N}$$

(ب) از قانون کولن استفاده می‌کنیم:

توجه جهت سهولت نماد قدرمطلق را در فرمول قانون کولن وارد نمی‌کنیم و علامت بار را هم قرار نمی‌دهیم.

توجه فرمول کولن برای نیروی بین دو ذره باردار است. محاسبه نیروی الکتریکی بین دو جسم باردار بزرگ نیاز به ریاضیات پیشرفته‌تری دارد. در مسایل و تست‌ها فرض بر این است که می‌توانید دو جسم را مانند دو ذره در نظر بگیرید.

مثال ۵

دو بار الکتریکی ذره‌ای در فاصله‌ی معینی از هم قرار دارند و به یکدیگر نیروی F را وارد می‌کنند. در هر حالت نیروی F چند برابر می‌شود:

(آ) فقط فاصله دو برابر شود. (ب) یکی از بارها دو برابر شود.

$$\frac{F'}{F} = \frac{|q'_1| \times |q'_2|}{|q_1| \times |q_2|} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

پاسخ: در سؤالات مقایسه‌ای از رابطه‌ی مقابل استفاده می‌کنیم:

$$q'_1 = q_1, \quad q'_2 = 2q_2, \quad r_2 = 2r_1 \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{|q'_1| \times |q'_2|}{|q_1| \times |q_2|} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \quad (\text{آ})$$

$$r_1 = r_2, \quad q'_1 = q_1, \quad q'_2 = 2q_2 \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{|q'_1| \times |q'_2|}{|q_1| \times |q_2|} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = 2 \quad (\text{ب})$$

مشال ۶

دو بار هم‌اندازه‌ی q روی دو کره‌ی فلزی مشابه در فاصله‌ی معینی از یکدیگر قرار دارند. اگر نیمی از یکی را برداشته و به دیگری اضافه کنیم، نیروی الکتریکی بین دو بار در همان فاصله، در هر یک از حالات زیر چند برابر می‌شود؟
 (آ) بارها همنام باشند.
 (ب) بارها ناهمنام باشند.

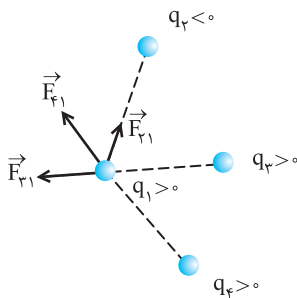
$$\frac{F'}{F} = \frac{k \frac{(\frac{1}{2}q)(\frac{3}{2}q)}{r^2}}{k \frac{qq}{r^2}} = \frac{3}{4}$$

☑ پاسخ: (آ) اگر بارها همنام باشند، بار ذره‌ی اول به $\frac{1}{2}q$ و بار ذره‌ی دوم به $\frac{3}{2}q$ می‌رسد:

(ب) اگر بارها ناهمنام باشند و نیمی از بار اول را برداریم، آن‌گاه بار آن به $\frac{1}{2}q$ می‌رسد و اگر این نصف بار را به بار دوم اضافه کنیم، با توجه به غیرهمنام بودن بارها، نصف بار دوم نیز خنثی می‌شود و بار دوم نیز از نظر مقدار به $\frac{1}{2}q$ می‌رسد:

$$q_1 = \frac{1}{2}q, q_2' = \frac{1}{2}q \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{k \frac{\frac{q}{2} \times \frac{q}{2}}{r^2}}{k \frac{q^2}{r^2}} = \frac{1}{4}$$

نیروی بین چند ذره‌ی باردار



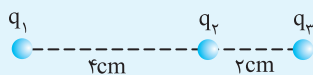
آزمایش نشان می‌دهد اگر تعدادی ذره در یک فضا قرار داشته باشند، نیروی الکتریکی وارد بر هر ذره، برابری نیروهایی است که هر یک از ذره‌ها در غیاب سایر ذره‌ها، بر آن ذره وارد می‌کنند. به‌عنوان مثال، اگر چند ذره مطابق شکل قرار داشته باشند، نیروهای وارد بر بار q_1 را مطابق شکل رسم کرده و سپس برابری می‌نماییم:

$$\vec{F}_T = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} + \vec{F}_{41}$$

موضوع بیان شده را اصل برهم‌نهی نیروهای کولنی می‌گویند.

مشال ۷

سه ذره‌ی $q_1 = +2/5 \mu C$ ، $q_2 = -1/0 \mu C$ و $q_3 = +4 \mu C$ مطابق شکل در محل خود ثابت شده‌اند.

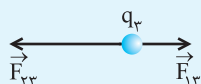


نیروی وارد بر بار q_3 چند نیوتون و در کدام جهت است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$)

☑ پاسخ: نیروی وارد بر q_3 برابر است با برابری نیروهای وارد بر q_3 از طرف q_1 و q_2 در غیاب بار دیگر. بنابراین باید F_{13} (نیروی که بار q_1 به q_3 وارد می‌کند) و F_{23} را جداگانه محاسبه کنیم:

$$F_{13} = k \frac{q_1 q_3}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2/5 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{(6)^2 \times 10^{-4}} = \frac{9 \times 10^{-2}}{36 \times 10^{-4}} = \frac{1}{4} \times 10^2 = 25 N$$

$$F_{23} = k \frac{|q_2| \times q_3}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{1 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{(2)^2 \times 10^{-4}} = \frac{9 \times 4 \times 10^{-3}}{4 \times 10^{-4}} = 90 N$$



باتوجه به علامت بارها، جهت نیروهای F_{13} و F_{23} را تعیین می‌کنیم:
 باتوجه به این‌که دو نیرو در خلاف جهت هم هستند، باید از هم کم کنیم:

$$\vec{F}_T = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23}$$

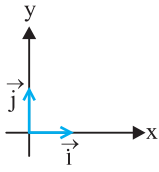
$$F_T = F_{23} - F_{13} = 90 - 25 = 65 N$$

\vec{F}_T به سمت چپ می‌باشد.

دورسنامه

نمایش بردار بر حسب بردارهای یکه \vec{i} و \vec{j}

بردارهای \vec{i} و \vec{j} دارای طول ۱ واحد و به ترتیب در جهت محورهای x و y هستند:

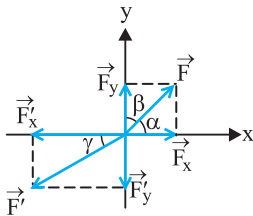


اگر بردار F با محورهای مختصات زاویه‌های α و β بسازد، می‌توان این بردار را به صورت زیر تجزیه کرده و بر حسب بردارهای یکه نوشت:

$$\sin \beta = \cos \alpha = \frac{F_x}{F} \Rightarrow F_x = F \cos \alpha = F \sin \beta$$

$$\sin \alpha = \cos \beta = \frac{F_y}{F} \Rightarrow F_y = F \cos \beta = F \sin \alpha$$

$$\begin{cases} \vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} \\ F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}, \quad \tan \alpha = \frac{F_y}{F_x} \end{cases}$$



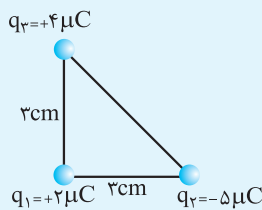
$$\cos \gamma = \frac{F'_x}{F'} \Rightarrow F'_x = F' \cos \gamma$$

$$\sin \gamma = \frac{F'_y}{F'} \Rightarrow F'_y = F' \sin \gamma$$

$$\begin{cases} \vec{F}' = -F'_x \vec{i} - F'_y \vec{j} \\ F' = \sqrt{F'^2_x + F'^2_y}, \quad \tan \gamma = \left| \frac{F'_x}{F'_y} \right| \end{cases}$$

بردار F' با محور x ها زاویه‌ی γ ساخته است:

مثال ۸

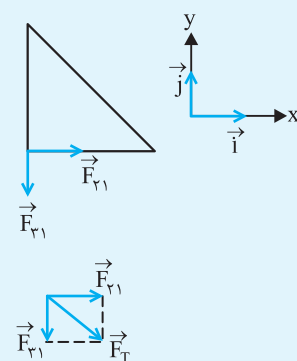


مطابق شکل سه ذره‌ی باردار در سه رأس مثلث قائم‌الزاویه ثابت شده‌اند. برایندهای نیروهای وارد بر q_1 را: (آ) بر حسب بردارهای یکه بنویسید.

(ب) اندازه‌ی برایندها را به دست آورده و جهت نیروی برایندها را روی شکل نشان دهید.

$$(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2})$$

پاسخ: با توجه به علامت بارها، جهت نیروهای وارد بر q_1 را نمایش می‌دهیم و سپس اندازه‌ی آن‌ها را محاسبه می‌کنیم:



$$\begin{cases} F_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^{-6}}{(3)^2 \times 10^{-4}} = 100 \text{ N} \\ \vec{F}_{12} = +100 \vec{i} \end{cases} \quad (1)$$

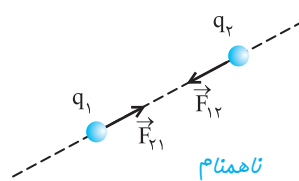
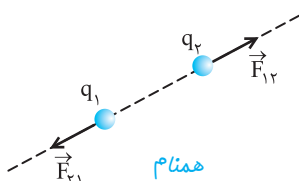
$$\begin{cases} F_{13} = k \frac{q_1 q_3}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{(4)^2 \times 10^{-4}} = 80 \text{ N} \\ \vec{F}_{13} = -80 \vec{j} \end{cases}$$

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} = +100 \vec{i} - 80 \vec{j}$$

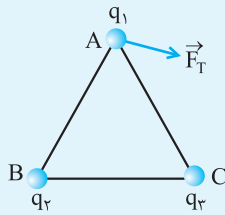
(ب) بردارهای \vec{i} و \vec{j} بر هم عمود هستند. بنابراین از رابطه‌ی فیثاغورث استفاده می‌کنیم:

$$F_1 = \sqrt{F_{12}^2 + F_{13}^2} = \sqrt{100^2 + 80^2} = \sqrt{10000 + 6400} = \sqrt{16400} = \sqrt{400(25 + 16)} = 20\sqrt{41} \text{ N}$$

نکته نیروی بین دو بار الکتریکی در راستای خط واصل بین دو بار است و جهت آن به علامت بارها بستگی دارد.



مثال ۹



سه ذره ی باردار در سه رأس مثلث متساوی الاضلاعی قرار گرفته‌اند. اگر برابند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_1 مطابق شکل باشد، اندازه و علامت بارهای q_2 و q_3 را با هم مقایسه کنید.

پاسخ: نیرویی که q_2 به q_1 وارد می‌کند، در راستای ضلع BA و نیرویی که q_3 به q_1 وارد می‌کند، در راستای ضلع CA است. بنابراین نیروی F_T را تجزیه می‌کنیم تا F_{T1} و F_{T2} مشخص شوند:

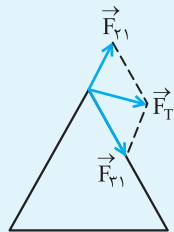
از نوک F_T به موازات ضلع AB و AC رسم کنید.

طبق جهت F_{T1} و F_{T2} نتیجه می‌گیریم: q_1 با q_2 و q_3 ناهمنام است. بنابراین q_2 و q_3 نیز ناهمنام هستند.

طبق شکل، $|F_{T1}| > |F_{T2}|$ است:

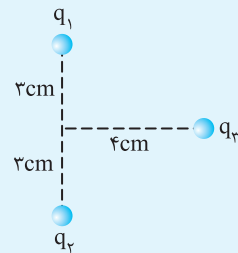
$$|F_{T1}| > |F_{T2}| \Rightarrow k \frac{|q_2| |q_1|}{r^2} > k \frac{|q_3| |q_1|}{r^2} \Rightarrow |q_2| > |q_3|$$

توجه: اندازه‌ی q_1 با q_2 و q_3 قابل مقایسه نیست.



نکته: در مناسبی برابند نیروها، گاهی اوقات زاویه‌ی بین نیروها به‌طور دقیق مشخص نیست، که در این‌گونه مسائل باید از روابط مثلثاتی کمک بگیریم.

مثال ۱۰



مطابق شکل سه ذره ی باردار $q_1 = +2\mu C$ و $q_2 = -q_1 = -2\mu C$ و $q_3 = +1\mu C$ در محل‌های نشان داده شده ثابت شده‌اند. برابند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3 چند نیوتون است؟

پاسخ: روش اول:

$$F_{13} = F_{23} = k \frac{q_1 q_3}{r^2} \quad r = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ cm} \rightarrow F = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6} \times 1 \times 10^{-6}}{25 \times 10^{-4}}$$

$$\Rightarrow F = \frac{18}{25} \times 10^2 = \frac{36}{5} = 72 \text{ N}$$

\vec{F}_{13} و \vec{F}_{23} را به مولفه‌های قائم و افقی تجزیه می‌کنیم:

$$\begin{cases} F_{13,x} = F_{13} \cos \beta = 72 \times \frac{4}{5} \Rightarrow \vec{F}_{13} = +72 \times \frac{4}{5} \vec{i} - 72 \times \frac{3}{5} \vec{j} \\ F_{13,y} = F_{13} \sin \beta = 72 \times \frac{3}{5} \end{cases}$$

با توجه به یکسان بودن F_{13} و F_{23} می‌توان نوشت:

$$\vec{F}_{23} = -72 \times \frac{4}{5} \vec{i} - 72 \times \frac{3}{5} \vec{j} \Rightarrow \vec{F}_T = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} = 0 \vec{i} - 2(72 \times \frac{3}{5}) \vec{j} = -\frac{432}{5} \vec{j} \Rightarrow |\vec{F}_T| = \frac{432}{5} = 86.4 \text{ N}$$

روش دوم: ابتدا نیروهای وارد بر q_3 را رسم کرده و اندازه‌ی آن‌ها را محاسبه می‌کنیم:

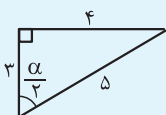
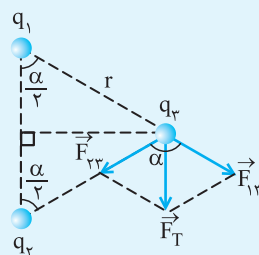
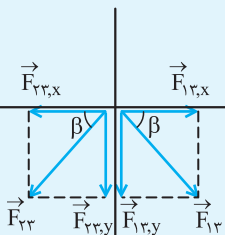
$$F_{13} = F_{23} = k \frac{q_1 q_3}{r^2} \quad r = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ cm} \rightarrow F = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6} \times 1 \times 10^{-6}}{25 \times 10^{-4}}$$

$$\Rightarrow F = \frac{18}{25} \times 10^2 = \frac{36}{5} = 72 \text{ N}$$

$$F_T = 2F \cos \alpha$$

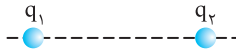
با توجه به مثلث‌های قائم‌الزاویه در شکل:

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \frac{3}{5} \Rightarrow F_T = 2 \times 72 \times \frac{3}{5} = \frac{432}{5} = 86.4 \text{ N}$$



نیروی صفر

اگر دو ذره‌ی باردار q_1 و q_2 در محل خود ثابت شده باشند و بخواهیم بار سوم q_3 را در محلی قرار دهیم تا بار q_3 در حالت تعادل باشد. محل q_3 روی خطی است که مرکز دو بار q_1 و q_2 را به یکدیگر وصل می‌کند. q_3 باید به بار کوچک‌تر نزدیک‌تر باشد.



زیرا بار کوچک‌تر نیروی کمی می‌تواند وارد می‌کند و با کم کردن فاصله کمک می‌کنیم تا بتواند نیروی بیشتری وارد کند. اگر q_1 و q_2 همنام باشند، q_3 را بین دو بار قرار می‌دهیم و اگر q_1 و q_2 ناهمنام باشند، q_3 را خارج دو بار قرار می‌دهیم. دقت کنید که q_3 همیشه باید به بار کوچک‌تر، نزدیک‌تر باشد.

نکته علامت و مقدار q_3 اهمیت ندارد که در مثال زیر این نکته را درک می‌کنید.

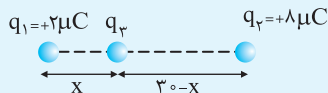
مثال ۱۱

دو بار q_1 و q_2 در فاصله‌ی 30cm از یکدیگر ثابت شده‌اند. بار q_3 را دقیقاً در چه محلی قرار دهیم تا بار q_3 در حالت تعادل قرار گیرد. (برایند نیروهای وارد بر q_3 صفر باشد.)

$$(آ) \quad q_2 = +8\mu\text{C}, q_1 = +2\mu\text{C}$$

$$(ب) \quad q_2 = -8\mu\text{C}, q_1 = +2\mu\text{C}$$

پاسخ: (آ) بارها همنام هستند، بنابراین بار سوم بین دو بار قرار داده می‌شود. چون اگر در خارج دو بار قرار گیرد، دو نیروی \vec{F}_{13} و \vec{F}_{23} هم‌جهت می‌شوند و برایند آن‌ها نمی‌تواند صفر باشد.



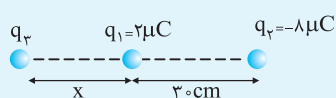
$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow k \frac{q_1 q_3}{x^2} = k \frac{q_2 q_3}{(30-x)^2} \Rightarrow \frac{q_1}{x^2} = \frac{q_2}{(30-x)^2} \Rightarrow \frac{2}{x^2} = \frac{8}{(30-x)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{4}{(30-x)^2} \xrightarrow{\text{جذر}} \frac{1}{x} = \frac{2}{30-x} \Rightarrow 30-x = 2x \Rightarrow x = 10\text{cm}$$

تذکره اگر هنگام جذر گرفتن، هر دو ریشه‌ی x را بیابیم، پاسخ منفی مربوط به پاسخ قسمت (ب) سؤال خواهد بود. یعنی:

$$\pm \frac{1}{x} = \frac{2}{30-x} \Rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ x = -30 \end{cases}$$

(ب) بارها ناهمنام هستند. بنابراین محل بار سوم خارج فاصله‌ی دو بار و به بار کوچک‌تر نزدیک‌تر است. چون اگر در فاصله‌ی بین دو بار قرار



گیرد، \vec{F}_{13} و \vec{F}_{23} هم‌جهت بوده و برایند آن‌ها نمی‌تواند صفر باشد.

$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow k \frac{q_1 q_3}{x^2} = k \frac{q_2 q_3}{(30+x)^2} \Rightarrow \frac{q_1}{x^2} = \frac{q_2}{(30+x)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{x^2} = \frac{8}{(30+x)^2} \Rightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{4}{(30+x)^2} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{2}{30+x}$$

$$\Rightarrow 2x = 30+x \Rightarrow x = 30\text{cm}$$

۶- جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید.

(تجربی- فرداد ۹۲)

آ) اگر فاصله‌ی دو بار الکتریکی ۲ برابر شود، نیروی الکتریکی برابر می‌شود. $(\frac{1}{4} - \frac{1}{2} - 2)$

ب) اگر اندازه‌ی هر یک از بارها ۲ برابر شود، نیروی الکتریکی برابر می‌شود. $(4 - 2)$

پ) نیرویی که بار بزرگ‌تر به بار کوچک‌تر وارد می‌کند ، (برابر با- بیش‌تر از- کم‌تر از) نیرویی است که بار کوچک‌تر به بار بزرگ‌تر وارد می‌کند.

ت) یکای ضریب گذردهی الکتریکی خلاء در SI $(\frac{C^2}{N.m^2} - \frac{N.m^2}{C^2})$ است.

(تجربی- فرداد ۹۲)

ث) اگر بارهای الکتریکی دو جسم، ناهمنام باشند، نیروی الکتریکی بین دو جسم است.

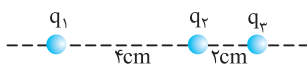
۷- دو ذره با بارهای $q_1 = 2\mu C$ و $q_2 = 5\mu C$ در فاصله‌ی ۳۰ سانتی‌متری از یک‌دیگر ثابت شده‌اند، نیروی الکتریکی که دو ذره به یک‌دیگر وارد

(تجربی- شهریور ۸۹)

می‌کنند، چند نیوتن است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$

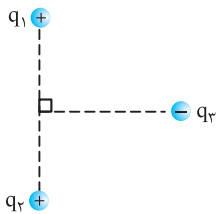
(تجربی- دی ۹۲ و ۸۷)

۸- در شکل زیر بزرگی نیروی الکتریکی وارد بر ذره‌ی باردار q_3 چند نیوتن است؟



$$(q_1 = 4\mu C, q_2 = q_3 = -2\mu C, k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$$

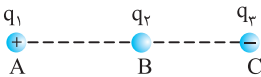
۹- مطابق شکل روبه‌رو، بار نقطه‌ای q_3 روی عمود منصف خط واصل دو ذره‌ی باردار مساوی q_1 و q_2 قرار دارد. (ریاضی- فرداد ۹۰)



۱۰- دو ذره با بارهای q_1 و $q_2 = 5q_1$ در فاصله‌ی ۳ سانتی‌متر از یک‌دیگر ثابت شده‌اند. اندازه‌ی نیرویی که دو ذره به یک‌دیگر وارد می‌کنند، $50N$

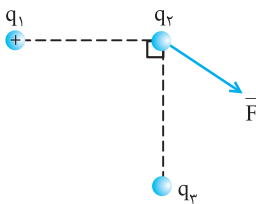
(تجربی- دی ۸۹)

است. اندازه‌ی q_1 و q_2 را حساب کنید. $(k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$

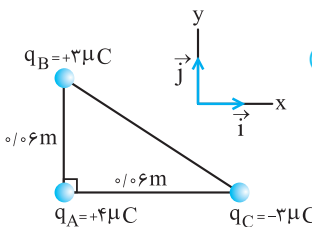


۱۱- دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 مطابق شکل در نقطه‌های A و B ثابت شده‌اند و q_3 در نقطه‌ی C در راستای AB، در حال تعادل است. (ریاضی- شهریور ۹۰)

آ) نوع بار q_3 مثبت است یا منفی؟ ب) مقادیر $|q_1|$ و $|q_2|$ را مقایسه کنید.



۱۲- آ) در شکل روبه‌رو \vec{F} برآیند نیروهای وارد بر q_2 است. نوع بار q_1 و q_3 را مشخص کنید. (ریاضی- دی ۹۱)

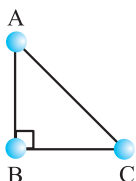


ب) مطابق شکل، سه ذره‌ی باردار در سه رأس مثلث قائم‌الزاویه ABC ثابت شده‌اند. (تجربی فرداد ۹۳- با تفسیر)

۱) نیروی‌های وارد بر بار q_A از طرف بارهای q_B و q_C را برحسب بردارهای یکه‌ی \vec{i} و \vec{j} بنویسید.

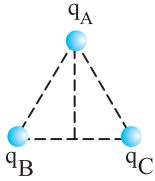
۲) اندازه‌ی بردار برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر q_A را به‌دست آورید.

۳) بردار برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر q_A با محور x ها چه زاویه‌ای می‌سازد؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$



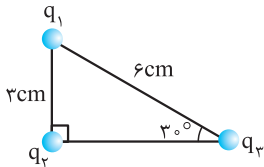
۱۳- سه ذره‌ی باردار مطابق شکل روبه‌رو در سه رأس مثلث قائم‌الزاویه ثابت شده‌اند. بزرگی نیروی الکتریکی وارد بر q_B را محاسبه کنید. (تجربی- دی ۹۱)

$$(AB = BC = 2cm, q_A = q_B = q_C = 2\mu C, k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$$



۱۴- سه ذره ی باردار مطابق شکل زیر در سه رأس مثلث متساوی الاضلاع ABC به ضلع 0.3 متر ثابت شده اند. بزرگی نیروی الکتریکی وارد بر ذره ی باردار q_A چند نیوتن است؟ (تجربی- فرداد ۹۲)

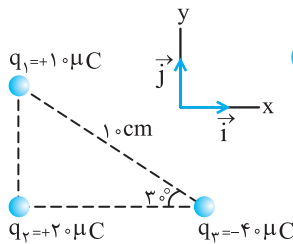
$$(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}, \cos 60^\circ = \frac{1}{2}, \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, q_B = q_C = 4 \mu C, q_A = 3 \mu C)$$



۱۵- در شکل مقابل، سه بار الکتریکی $q_1 = 2 \mu C$ ، $q_2 = 3 \mu C$ و $q_3 = -4 \mu C$ در سه رأس مثلث قائم الزاویه قرار

$$\text{گرفته اند. برایند نیروهای وارد بر } q_1 \text{ را حساب کنید. (با رسم شکل) } (k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2})$$

(ریاضی- شهریور ۸۹)



(ریاضی- شهریور ۸۸)

۱۶- در شکل روبه رو:

آ بردار \vec{F}_{31} را بر حسب \vec{i} و \vec{j} بنویسید.

ب) بردار برایند نیروهای وارد بر بار q_1 بر حسب بردارهای یکه ی \vec{i} و \vec{j} چگونه است؟

پ) بردار برایند نیروهای وارد بر بار q_1 با محور x چه زاویه ای می سازد؟



۱۷- مانند شکل، دو گلوله با بارهای همنام و مساوی هر کدام به جرم 10 گرم را در یک لوله ی شیشه ای قائم با بدنه ی نارسانا و بدون اصطکاک رها می کنیم. در حالت تعادل، گلوله ها در فاصله ی 40 سانتی متری از هم قرار

(ریاضی- فرداد ۸۷)

$$\text{دارند. بار الکتریکی هر گلوله را محاسبه کنید. } (g = 10 \frac{N}{kg}, k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2})$$

۱۸- دو کره ی فلزی کوچک و هم اندازه دارای بارهای الکتریکی $q_1 = -10 \mu C$ و $q_2 = 4 \mu C$ در فاصله ی معینی از یکدیگر قرار دارند. دو کره را با هم تماس داده و در همان فاصله ی اولیه قرار می دهیم:

آ) بار جدید هر کره چه قدر است؟

ب) اندازه ی نیروی الکتریکی بین دو کره چند برابر حالت اول شده است؟

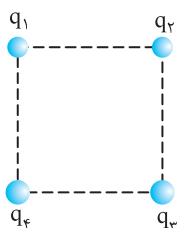
۱۹- دو بار $q_1 = 16 \mu C$ و $q_2 = 9 \mu C$ در فاصله ی 28 cm از یکدیگر ثابت شده اند. بار q_3 را در چه نقطه ای قرار دهیم تا اندازه ی نیروی وارد بر q_3 از طرف دو بار q_1 و q_2 هم اندازه باشند؟

۲۰- دو کره به جرم های $m_1 = m$ و $m_2 = 2m$ و بارهای $q_1 = q$ و $q_2 = 2q$ در فاصله ی r از یکدیگر قرار دارند.

آ) نیروی الکتریکی که این دو کره به یکدیگر وارد می کنند را با هم مقایسه کنید.

ب) شتاب ناشی از نیروی الکتریکی دو کره را با هم مقایسه کنید.

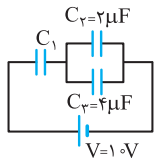
۲۱- روی چهار رأس مربعی به ضلع 30 cm بارهای نقطه ای مشابه $+2 \mu C$ ثابت شده اند. برایند نیروهای وارد بر یک ذره را بر حسب بردارهای یکه ی \vec{i} و \vec{j} نوشته و بزرگی نیروی برایند را به دست آورید. ($\sqrt{2} \approx 1.4$)



۲۲- سه ذره ی باردار q_1 ، q_2 و q_3 مطابق شکل در سه رأس مربعی ثابت شده اند. اگر $q_1 = q_2 = q_3 = 5 \mu C$ باشد، نوع و اندازه ی بار q_4 را طوری تعیین کنید که بار q_4 در حال تعادل باشد.

۱۱۹- خازنی به ظرفیت $C_1 = 5\mu F$ با اختلاف پتانسیل $1200V$ و خازنی به ظرفیت $C_2 = 10\mu F$ با اختلاف پتانسیل $750V$ پر شده‌اند. اگر خازن‌ها را از مدار اصلی آن‌ها جدا کرده و صفحه‌های همنام آن‌ها را به هم وصل کنیم، اختلاف پتانسیل بین دو صفحه‌ی خازن‌ها چه اندازه می‌شود؟

(ریاضی- فرداد ۹۱)



۱۲۰- سه خازن مانند شکل به هم بسته شده‌اند و انرژی ذخیره شده در کل مدار $100\mu J$ است.

(ریاضی- دی ۹۲)

(آ) ظرفیت خازن معادل چند میکروفاراد است؟

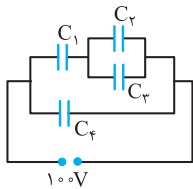
(ب) بار ذخیره شده در خازن C_1 چند میکروکولن است؟

(ریاضی- شهریور ۹۲)

۱۲۱- در شکل مقابل، اختلاف پتانسیل کل مدار 100 ولت است.

(آ) ظرفیت معادل مدار را حساب کنید.

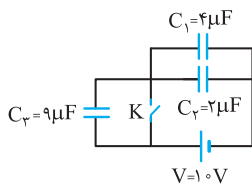
(ب) بار الکتریکی ذخیره شده در خازن C_1 را به دست آورید. ($C_1 = 10\mu F, C_2 = 2\mu F, C_3 = 8\mu F, C_4 = 5\mu F$)



۱۲۲- در شکل روبه‌رو، انرژی ذخیره شده در مجموعه‌ی خازن‌ها را در حالتی حساب کنید که:

(آ) کلید K باز باشد.

(ب) کلید K بسته باشد.



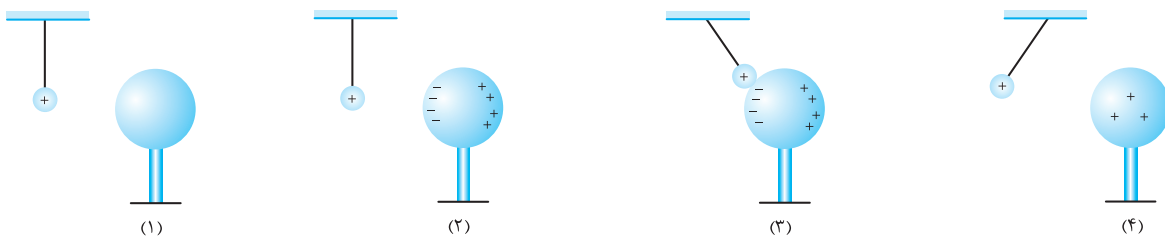
پاسخ پرسش‌های فصل

۱ (آ) با روش القا یا تماس (ب) مالش یا تماس (پ) همنام (ت) برابر با (ث) همنام هستند

۲ جذب- دفع

۳ وقتی به گلوله دست می‌زنیم، گلوله بدون بار می‌شود. زمانی که میله را به گلوله نزدیک می‌کنیم، الکترون‌های آزاد از طرفی که میله به آن نزدیک شده است، دور می‌شوند. بنابراین در آن قسمت گلوله بار مثبت القا می‌شود و جذب میله می‌شود. اگر گلوله با میله برخورد کند چون بار خالص منفی می‌گیرد، پس از تماس دفع می‌شود.

۴ اتفاقی مشابه اتفاق قبلی رخ می‌دهد. ابتدا بار در کره‌ی رسانا القا می‌شود بنابراین مطابق شکل (۲)، گلوله جذب کره‌ی رسانا می‌شود. اگر برخورد صورت گیرد، گلوله و کره همنام می‌شوند و گلوله دفع می‌شود.



۵ با تماس گلوله با یکی از صفحات، گلوله با صفحه همنام شده و دفع می‌شود و به دلیل ناهمنام بودن با صفحه مقابل، جذب صفحه‌ی مقابل می‌شود. پس از برخورد با صفحه، گلوله خنثی شده و از آن صفحه بار دریافت می‌کند و همنام آن می‌شود و دفع می‌شود. این عمل آن قدر ادامه می‌یابد تا صفحات خنثی شوند.

۶ (آ) $\frac{1}{4}$ (ب) ۴ (پ) برابر با (ت) $\frac{C^2}{N.m^2}$ (ث) ربایشی

۷ از قانون کولن استفاده می‌کنیم:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^{-6}}{30^2 \times 10^{-4}} = \frac{9 \times 10^2}{900} = 1N$$

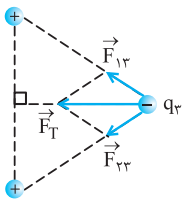
۸

با توجه به علامت بارها، نیروهای وارد بر q_3 را رسم می‌کنیم:

$$F_{13} = k \frac{q_1 q_3}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{4 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{6^2 \times 10^{-4}} = 20 \text{ N} \Rightarrow \vec{F}_{13} = -20 \vec{i}$$

$$F_{23} = k \frac{q_2 q_3}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{2^2 \times 10^{-4}} = 90 \text{ N} \Rightarrow \vec{F}_{23} = +90 \vec{i}$$

$$\vec{F}_T = \vec{F}_{23} + \vec{F}_{13} = 90 \vec{i} - 20 \vec{i} = 70 \vec{i}$$

 \vec{F}_T در جهت مثبت محور X ها می‌باشد و اندازه‌ی آن ۷۰ نیوتن می‌باشد.


با توجه به علامت بارها نیروها را رسم می‌کنیم:

۹

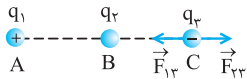
مقادیر بیان شده در مسأله را در قانون کولن وارد می‌کنیم:

۱۰

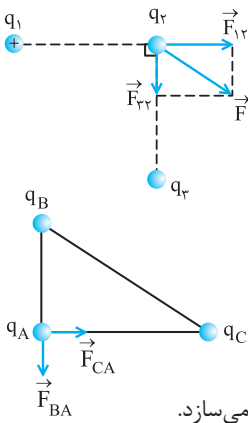
$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow 50 = 9 \times 10^9 \times \frac{q_1 \times \Delta q_1}{3^2 \times 10^{-4}} \Rightarrow 50 = \Delta q_1^2 \times 10^{13} \Rightarrow q_1^2 = 10^{-12} \Rightarrow q_1 = 10^{-6} \text{ C} = 1 \mu\text{C}, q_2 = \Delta q_1 = 5 \mu\text{C}$$

(آ) منفی، نیرویی که بار q_1 به بار q_3 وارد می‌کند، رپایشی است. بنابراین برای تعادل بار q_3 باید نیروی دافعه‌ای از طرف q_2 به q_3 وارد شود. بنابراین q_2 و q_3 همنام هستند، یعنی منفی می‌باشد.

۱۱



$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow k \frac{|q_1| |q_3|}{AC^2} = k \frac{|q_2| |q_3|}{BC^2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{AC^2} = \frac{|q_2|}{BC^2} \xrightarrow{AC > BC} |q_1| > |q_2|$$



(آ) نیروی F را مطابق شکل تجزیه می‌کنیم:

۱۲

طبق شکل، بار q_1 بار q_2 را دفع کرده است. بنابراین همنام هستند: $q_2 > 0$ و بار q_3 بار q_2 را جذب کرده است. بنابراین ناهمنام هستند: $q_3 < 0$

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} F_{BA} = 9 \times 10^9 \times \frac{3 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{(0.06)^2} = 30 \text{ N} \\ F_{CA} = F_{BA} \Rightarrow F_{CA} = 30 \text{ N} \end{cases} \quad (\text{ب } 1)$$

$$\vec{F}_{BA} = -30 \vec{j}, \quad \vec{F}_{CA} = +30 \vec{i}$$

(۲) ابتدا بردار برآیند را برحسب بردارهای یکه به‌دست می‌آوریم:

$$\vec{F}_T = \vec{F}_{BA} + \vec{F}_{CA} = +30 \vec{i} - 30 \vec{j} \Rightarrow F_T = \sqrt{30^2 + 30^2} = 30\sqrt{2} \text{ N}$$

(۳) با توجه به یکسان بودن مؤلفه‌های افقی و عمودی \vec{F}_T نتیجه می‌گیریم، بردار \vec{F}_T با محور X ها زاویه‌ی 45° می‌سازد.

۱۳

دو نیروی دافعه بر q_B وارد می‌شود که با توجه به یکسان بودن بارها و فاصله‌ها، با هم برابر هستند.

$$F_{AB} = F_{CB} = k \frac{q_A q_B}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{2^2 \times 10^{-4}} = 90 \text{ N} \Rightarrow \begin{cases} \vec{F}_{AB} = -90 \vec{j} \\ \vec{F}_{CB} = -90 \vec{i} \end{cases}$$

$$F_T = \sqrt{F_{AB}^2 + F_{CB}^2} = \sqrt{2} F_{AB} = 90\sqrt{2} \text{ N}$$

با توجه به یکسان بودن بارهای B و C و فاصله‌ها، $F_{CA} = F_{BA}$.

۱۴

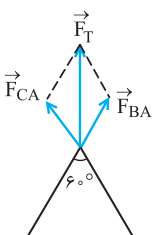
$$F_{BA} = F_{CA} = k \frac{q_B q_A}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{4 \times 10^{-6} \times 3 \times 10^{-6}}{(0.03)^2} = \frac{9 \times 4 \times 3 \times 10^{-3}}{9 \times 10^{-4}} = 120 \text{ N}$$

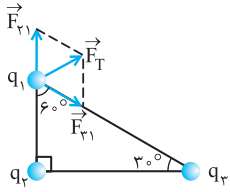
زاویه‌ای که بردارهای \vec{F}_{CA} و \vec{F}_{BA} با محور X می‌سازند، برابر 60° است:

$$\vec{F}_{BA} = (F \cos 60^\circ) \vec{i} + (F \sin 60^\circ) \vec{j} = (60) \vec{i} + (60\sqrt{3}) \vec{j}$$

$$\vec{F}_{CA} = -(F \cos 60^\circ) \vec{i} + (F \sin 60^\circ) \vec{j} = (-60) \vec{i} + (60\sqrt{3}) \vec{j}$$

$$\vec{F}_T = \vec{F}_{BA} + \vec{F}_{CA} = 120\sqrt{3} \vec{j} \Rightarrow F_T = 120\sqrt{3} \text{ N}$$





با توجه به علامت‌ها، نیروها را رسم کرده و پس از محاسبه‌ی نیروها، مقدار نیروی برآیند را به دست می‌آوریم:

$$F_{r1} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6} \times 3 \times 10^{-6}}{3^2 \times 10^{-4}} = 60 \text{ N} \Rightarrow \vec{F}_{r1} = +60 \vec{j}$$

$$F_{r1} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{6^2 \times 10^{-4}} = 20 \text{ N}$$

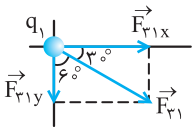
نیروی \vec{F}_{r1} با محور X ها زاویه‌ی 30° می‌سازد:

$$\vec{F}_{r1} = (F_{r1} \cos 30^\circ) \vec{i} - (F_{r1} \sin 30^\circ) \vec{j} = (20 \times \frac{\sqrt{3}}{2}) \vec{i} - (20 \times \frac{1}{2}) \vec{j} = 10\sqrt{3} \vec{i} - 10 \vec{j}$$

$$\vec{F}_T = \vec{F}_{r1} + \vec{F}_{r1} = +60 \vec{j} + (10\sqrt{3} \vec{i} - 10 \vec{j}) = 10\sqrt{3} \vec{i} + 50 \vec{j}$$

$$F_T = \sqrt{(10\sqrt{3})^2 + (50)^2} = \sqrt{300 + 2500} = \sqrt{2800} = 20\sqrt{7} \text{ N}$$

(آ) بار q_3 بار q_1 را جذب می‌کند:



$$F_{r1} = k \frac{q_2 q_1}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{40 \times 10^{-6} \times 10 \times 10^{-6}}{10^2 \times 10^{-4}} = 9 \times 10^9 \times \frac{4 \times 10^{-10}}{10^{-2}} = 360 \text{ N}$$

$$\vec{F}_{r1} = (F_{r1} \cos 30^\circ) \vec{i} - (F_{r1} \sin 30^\circ) \vec{j}$$

$$= (360 \times \frac{\sqrt{3}}{2}) \vec{i} - (360 \times \frac{1}{2}) \vec{j} = 180\sqrt{3} \vec{i} - 180 \vec{j}$$

(ب) بارهای q_1 و q_2 همنام هستند، بنابراین بار q_2 بار q_1 را دفع می‌کند:

$$F_{r1} = k \frac{q_2 q_1}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{20 \times 10^{-6} \times 10 \times 10^{-6}}{5^2 \times 10^{-4}} = \frac{9 \times 2 \times 10^{-1}}{25 \times 10^{-4}} = \frac{18}{25} \times 10^3 = 720 \text{ N} \Rightarrow \vec{F}_{r1} = 720 \vec{j}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_T = \vec{F}_{r1} + \vec{F}_{r1} = 180\sqrt{3} \vec{i} + 540 \vec{j}$$

$$\tan \alpha = \frac{F_y}{F_x} = \frac{540}{180\sqrt{3}} = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

(ب) با استفاده از نسبت‌های مثلثاتی داریم:



برای این که گلوله‌ی بالایی در تعادل باشد، باید نیروی وزن گلوله توسط نیروی الکتریکی خنثی شود.

$$F = mg \Rightarrow k \frac{qq}{r^2} = mg \Rightarrow 9 \times 10^9 \times \frac{q^2}{40^2 \times 10^{-4}} = 10 \times 10^{-3} \times 10$$

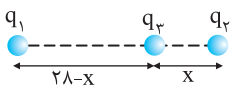
$$\Rightarrow \frac{9}{16} \times 10^{+11} \times q^2 = 10^{-1} \Rightarrow q^2 = \frac{16}{9} \times 10^{-12} \Rightarrow q = \frac{4}{3} \times 10^{-6} \text{ C} = \frac{4}{3} \mu\text{C}$$

(آ) با توجه به یکسان بودن اندازه‌ی کره‌ها، بار جدید دو کره با هم برابرند و از فرمول زیر به دست می‌آیند:

$$q' = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{-10 + 4}{2} = -3 \mu\text{C}$$

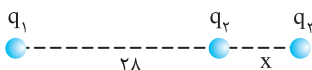
$$\frac{F'}{F} = \frac{|q'_1| \times |q'_2|}{|q_1| \times |q_2|} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 = \frac{3 \times 3}{10 \times 4} = \frac{9}{40}$$

اگر بخواهیم اندازه‌ی دو نیرو با یکدیگر برابر شوند، می‌توان بار q_3 را یک‌بار بین دو بار قرار داد و بار دیگر خارج دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر قرار داد:



$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow k \frac{q_1 q_3}{(28-x)^2} = k \frac{q_2 q_3}{x^2}$$

$$\Rightarrow \frac{16}{(28-x)^2} = \frac{9}{x^2} \Rightarrow \frac{4}{28-x} = \frac{3}{x} \Rightarrow 4x = 84 - 3x \Rightarrow x = \frac{84}{7} = 12 \text{ cm}$$



$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow k \frac{q_1 q_3}{(28+x)^2} = k \frac{q_2 q_3}{x^2}$$

$$\Rightarrow \frac{16}{(28+x)^2} = \frac{9}{x^2} \Rightarrow \frac{4}{28+x} = \frac{3}{x} \Rightarrow 84 + 3x = 4x \Rightarrow x = 84 \text{ cm}$$

(آ) طبق قانون سوم نیوتن، $F_{12} = F_{21}$ می‌باشد.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow a_1 = \frac{F}{m}, a_2 = \frac{F}{2m} \Rightarrow a_1 = 2a_2$$

(ب) با استفاده از قانون دوم نیوتن، شتاب‌ها را مقایسه می‌کنیم:

۱۵

۱۶

۱۷

۱۸

۱۹

۲۰